



Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação de Mestrado

**Dimensionamento de Armaduras Longitudinais sujeitas à Fadiga em Vigas  
de Pontes Ferroviárias de Concreto Armado**

Anderson Couto Leal

Texto apresentado como requisito para  
obtenção de mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Dr. Luis Augusto Conte Mendes  
Veloso.

Belém, Fevereiro de 2014.

## **Banca Examinadora**

---

**Prof. Dr. Luís Augusto Conte Mendes Veloso**

Engenheiro Civil, Dr. Engº de Estruturas  
Professor-Orientador – FEC/ITEC – UFPA

---

**Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macêdo**

Engenheiro Civil, Dr. Engº de Estruturas  
Examinador Interno – FEC/ITEC – UFPA

---

**Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia**

Engenheiro Civil, Dr. Engº de Estruturas  
Examinador Externo – FEAR – UPF

---

**Prof. Dr. Sandoval José Rodrigues Junior**

Engenheiro Civil, Dr. Engº de Estruturas  
Examinador Externo – FEC/ITEC – UFPA

## RESUMO

As pontes ferroviárias de concreto armado estão sujeitas às ações dinâmicas variáveis devido ao tráfego de veículos. Estas ações podem resultar no fenômeno de fadiga do aço e do concreto dessas estruturas. No dimensionamento de estruturas de concreto armado sujeitas à carregamento cíclico, de modo geral, a fadiga é considerada simplificada, por meio de um coeficiente  $k_f$ , denominado coeficiente de fadiga. Esse coeficiente majora a área de aço inicialmente calculada para atender ao Estado Limite Último (ELU), com a finalidade de limitar, em serviço, as variações de tensões no aço de modo a garantir uma vida útil de no mínimo 2.000.000 de ciclos. O presente trabalho apresenta melhorias nas hipóteses utilizadas pelo coeficiente de fadiga  $k_f$ , permitindo o dimensionamento de armaduras longitudinais sujeitas à fadiga, para números de ciclos superiores a 2 milhões, que é o valor proposto pelo EB-3/67, e também de forma a atender a vida útil à fadiga especificada em projeto. Neste caso, foi necessário propor um método simplificado para a estimativa do número de ciclos operacionais, apartir de um ciclo padrão obtido pela máxima variação de momentos fletores provocados pelo trem-tipo carregado. O estudo foi desenvolvido tomando-se como protótipo um viaduto ferroviário isostático em concreto armado da Estrada de Ferro Carajás (EFC). Os trens-tipo utilizados foram os quais operam atualmente na EFC, que correspondem ao trem de minério Carregado e Descarregado. Para determinação dos esforços solicitantes na estrutura foi elaborado um modelo numérico no programa SAP 2000. A vida útil à fadiga das armaduras longitudinais foram determinadas apartir da regra de dano de *Miner* e das curvas S-N da NBR 6118. A metodologia proposta neste trabalho permitiu o dimensionamento nas armaduras longitudinais à fadiga satisfatoriamente em relação à vida útil especificada no projeto, sendo que as vidas úteis que tiveram maior divergência em relação ao valor estipulado foram as de 300 e 400 anos.

Palavras-chave: ponte ferroviária de concreto armado, fadiga, armaduras longitudinais, vida útil.

## **ABSTRACT**

Railway bridges reinforced concrete subject to variable dynamic actions due to vehicular traffic. These actions may result in the phenomenon of fatigue of steel and concrete structures such. In the design of reinforced concrete structures subject to cyclic loading, in general, the fatigue is considered simply, by a coefficient  $k_f$ , called coefficient of fatigue. This coefficient majora area of steel initially calculated to fulfill the Ultimate Limit State (ULS) in order to limit, in operation, the variations in stresses in steel to ensure a shelf life of at least 2 million cycles. This paper presents improvements in the assumptions used by the coefficient  $k_f$  fatigue, allowing the design of longitudinal reinforcement subject to fatigue, to superior numbers to 2 million cycles, which is proposed by EB-3/67 value, and also in order to meet the service specified in the design fatigue life. In this case, it was necessary to propose a simplified method for estimating the number of operating cycles, starting from a standard cycle obtained by the maximum variation of bending moments caused by train - loaded type. The study was conducted using as a prototype railway viaduct isostatic reinforced the Carajás Railroad ( EFC ) concrete. Trains - type were used which currently operate in the EFC, which correspond to train ore Loaded and Unloaded. To determine the internal forces in the structure of a numerical model was developed in the SAP 2000 program. The fatigue life of longitudinal reinforcement were determined starting from the Miner damage rule and the SN curves of NBR 6118. The methodology proposed in this work allowed the scaling in longitudinal reinforcement fatigue satisfactorily in relation to the specified design life, and the lives that were most useful deviation from the stipulated value were 300 and 400 years.

Key-Words: reinforced concrete highway bridges, fatigue, longitudinal reinforcement, life cycle.

## SUMÁRIO

|                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------|----|
| <b>RESUMO</b>                                                 | 3  |
| <b>ABSTRACT</b>                                               | 4  |
| <b>1 INTRODUÇÃO</b>                                           | 11 |
| 1.1. JUSTIFICATIVA                                            | 12 |
| 1.2. OBJETIVO                                                 | 13 |
| 1.3. BREVE HISTÓRICO                                          | 14 |
| 1.4. ESTRUTURA DO TEXTO                                       | 15 |
| <b>2 FADIGA EM AÇOS PARA CONCRETO ARMADO</b>                  | 16 |
| 2.1. FATORES DE INFLUÊNCIA                                    | 17 |
| 2.2. REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS                             | 18 |
| <b>3 FADIGA DO CONCRETO ARMADO</b>                            | 23 |
| 3.1. RUÍNA POR FLEXÃO                                         | 23 |
| 3.2. RUÍNA POR CISALHAMENTO                                   | 24 |
| 3.3. RUPTURA DA ADERÊNCIA                                     | 25 |
| 3.4. EFEITO DA FADIGA NO ESTADO DE UTILIZAÇÃO                 | 25 |
| 3.5. MÉTODO SIMPLIFICADO - COEFICIENTE DE FADIGA ( $K_f$ )    | 27 |
| <b>4 SOLICITAÇÕES DE FADIGA</b>                               | 30 |
| 4.1. CARREGAMENTOS COM AMPLITUDE CONSTANTE                    | 30 |
| 4.2. CARREGAMENTOS COM AMPLITUDE VARIÁVEL                     | 32 |
| 4.3. MÉTODOS DE CONTAGEM DE CICLOS                            | 33 |
| 4.4. DANOS POR FADIGA                                         | 34 |
| <b>5 VERIFICAÇÃO À FADIGA DE ALGUMAS NORMAS VIGENTES</b>      | 36 |
| 5.1. CRITÉRIOS DA NORMA BRASILEIRA NBR 6118:2003              | 37 |
| 5.2. CRITÉRIOS DO CEB-FIP MODEL CODE 1990                     | 43 |
| 5.3. COMPARAÇÃO ENTRE NBR 6118:2003 E CEB-FIP MODEL CODE 1990 | 46 |
| <b>6 METODOLOGIA EMPREGADA</b>                                | 47 |
| 6.1. 1ª HIPÓTESE                                              | 48 |

|                                                                                                   |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 6.2. 2ª HIPÓTESE.....                                                                             | 53        |
| 6.3. CONSIDERAÇÃO DA PASSAGEM DO TREM COM 1 CICLO MONOTÔNICO.....                                 | 58        |
| 6.4. CONSIDERAÇÃO DE 1 CICLO OPERACIONAL .....                                                    | 60        |
| <b>7 ESTUDO DE CASO .....</b>                                                                     | <b>61</b> |
| 7.1. DESCRIÇÃO DA OAE 01 .....                                                                    | 61        |
| 7.2. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES .....                                                 | 62        |
| 7.2.1. Modelo Numérico.....                                                                       | 62        |
| 7.2.1. Cargas Permanentes.....                                                                    | 63        |
| 7.2.2. Cargas Móveis.....                                                                         | 64        |
| 7.2.3. Cálculo das Armaduras .....                                                                | 66        |
| 7.3. DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS À FADIGA .....                                                 | 67        |
| 7.3.1. Determinação do número de ciclos operacionais ( $N_{op}$ ).....                            | 67        |
| 7.3.2. Determinação da $\Delta\sigma_{lim}$ .....                                                 | 68        |
| 7.3.3. Cálculo do coeficiente Kf proposto para flexão .....                                       | 72        |
| 7.3.4. Cálculo das armaduras corrigidas .....                                                     | 74        |
| 7.3.5. Vida útil das armaduras dimensionadas à fadiga .....                                       | 75        |
| 7.3.6 Síntese da Metodologia Proposta.....                                                        | 78        |
| <b>8 CONCLUSÕES .....</b>                                                                         | <b>80</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                                                           | <b>82</b> |
| <b>ANEXO A .....</b>                                                                              | <b>85</b> |
| ROTINA NO MATHCAD PARA DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DE CONCRETO ARMADO ..... | 85        |

## LISTAS DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1.1– Mapa Ferroviário do Brasil em Expansão. (Fonte: ANTT). .....                                                                                                                       | 13 |
| Figura 2.1– Curva típica S-N dos aços de concreto armado.....                                                                                                                                  | 19 |
| Figura 2.2– Curva típica de resistência à fadiga dos aços em escala logarítmica.                                                                                                               | 21 |
| Figura 2.3 – Representação da resistência à fadiga dos aços em Normas de estruturas de aço.....                                                                                                | 21 |
| Figura 2.4– Curvas de resistência características à fadiga dos aços de concreto armado adotados pelo código Modelo CEB/FIB – 90. ....                                                          | 22 |
| Figura 4.1– Ciclos de carregamento (Fonte: LAGE, 2008). ....                                                                                                                                   | 31 |
| Figura 4.2– Terminologia usada em carregamentos com amplitude constante (Fonte: LAGE, 2008). ....                                                                                              | 31 |
| Figura 4.3– Carregamento com amplitude variável (Fonte: LAGE, 2008).....                                                                                                                       | 33 |
| Figura 4.4 – Método Rainflow (Fonte: LAGE (2008)). ....                                                                                                                                        | 34 |
| Figura 4.5– Representação esquemática dos danos de fadiga no decurso de um ensaio de fadiga, (Fonte: LAGE, 2008). ....                                                                         | 35 |
| Figura 4.6– Regra de Palmgren-Miner.(a) carregamento aleatório. (b) histórico do carregamento reduzido. (c) ciclos para falha (curva S-N). Adaptado de Wei Lu, 2003 (Fonte: LAGE (2008)). .... | 36 |
| Figura 6.1 – Variação de Momento Fletor devido a passagem do Trem tipo Operacional Carregado, na seção S6 da OAE 01. (Fonte: Barichello <i>et al.</i> , 2009) .....                            | 47 |
| Figura 6.2 – Variação de Momento Fletor devido a 1 ciclo padrão (método kf) do Trem tipo Operacional Carregado, na seção S6 da OAE 01. ....                                                    | 48 |
| Figura 6.3 – Hipótese I – Método Simplificado. ....                                                                                                                                            | 49 |
| Figura 6.4 – Seção retangular, dimensões em cm. ....                                                                                                                                           | 49 |
| Figura 6.5 – Diagrama do momento fletor em relação a tensão no aço. ....                                                                                                                       | 51 |
| Figura 6.6 – Posição das seções analisadas para a OAE 01. ....                                                                                                                                 | 52 |
| Figura 6.7 – Hipótese 2ª – Método Simplificado.....                                                                                                                                            | 53 |
| Figura 6.8 – Diagrama da área de aço em relação à tensão no aço. ....                                                                                                                          | 55 |
| Figura 6.9 – Gráfico Adimensional entre tensão e área de aço. ....                                                                                                                             | 56 |
| Figura 6.10– Tensões originais na armadura da seção S2 devido a passagem do trem tipo Operacional. ....                                                                                        | 58 |
| Figura 7.1– Sistema estrutural do viaduto (fonte: Projeto do Viaduto).....                                                                                                                     | 61 |
| Figura 7.2– Seção TT do Viaduto sobre CFN 1º Travessia. a) Largura da longarina 35cm. b) Largura da longarina 60cm. ....                                                                       | 62 |
| Figura 7.3– Geometria do modelo numérico considerado na OAE 01. ....                                                                                                                           | 62 |

|                                                                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 7.4– Diagrama de momento fletor na longarina devido à carga permanente, valores característicos.....                     | 64 |
| Figura 7.5 – Desenho esquemático da Locomotiva DASH-9, unidades em mm (Fonte: VALE).....                                        | 65 |
| Figura 7.6 – Desenho esquemático do Vagão GDT, unidades em mm (Fonte: VALE) .....                                               | 65 |
| Figura 7.7 – Composição de locomotivas e vagões. (Fonte: VALE) .....                                                            | 65 |
| Figura 7.8 – Linha de Influência de Momento Fletor obtida pelo programa SAP2000 na seção S6, correspondente ao meio do vão..... | 66 |
| Figura 7.9– Diagramas de momento fletor na longarina devido à carga móvel, valores característicos.....                         | 66 |
| Figura 7.10– Interface da calculadora de dimensionamento da armadura longitudinal do programa TQS. ....                         | 67 |
| Figura 7.11 – Curva de resistência característica à fadiga para o aço (Curva S-N), segundo a NBR 6118. ....                     | 69 |
| Figura 7.12 – Comparação das áreas de armaduras dimensionadas à fadiga para a vida útil de 100, 200, 250, 300 e 400 anos. ....  | 75 |
| Figura 7.13 – Comparação das vidas úteis à fadiga, referente as armaduras longitudinais. ....                                   | 78 |
| Figura 7.14 – Síntese do dimensionamento das armaduras sujeitas à fadiga.....                                                   | 79 |

## LISTAS DE TABELAS

|                                                                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 2.1 – Valores médio e característico (5%) da resistência à fadiga $\Delta\sigma_s$ de resultados de ensaios de tração ao ar de barras de aço, para um milhão de repetições de carga. .... | 22 |
| Tabela 4.1 – Fatores que influenciam na fadiga (Fonte: LAGE, 2008). ....                                                                                                                         | 32 |
| Tabela 5.1 – Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas (NBR 6118:2003).....                                                       | 38 |
| Tabela 5.2 – Valores de $\Psi_1$ (NBR 6118:2003).....                                                                                                                                            | 39 |
| Tabela 5.3 – Quadro comparativo para limites de Fadiga da NBR 6118 e CEB-FIP 1990 (Fonte: Baroni 2010). ....                                                                                     | 46 |
| Tabela 6.1 – Valores iniciais de momentos fletores utilizados em cada exemplo. ....                                                                                                              | 50 |
| Tabela 6.2 – Valores obtidos em cada exemplo para a 1ª hipótese. ....                                                                                                                            | 50 |
| Tabela 6.3 – Comparação entre a variação de tensão aproximada e a variação de tensão refinada para ponte OAE 01 da EFC.....                                                                      | 52 |
| Tabela 6.4 – Valores adotados dos momentos fletores e áreas de aço para a 2ª hipótese.....                                                                                                       | 54 |
| Tabela 6.5 – Valores obtidos em cada exemplo para a 2ª hipótese. ....                                                                                                                            | 54 |
| Tabela 6.6 – Análise do Dano, referente ao trem tipo Operacional, na seção S2 da OAE 01.....                                                                                                     | 59 |
| Tabela 6.7 – Análise do Dano para as seções da OAE 01. ....                                                                                                                                      | 59 |
| Tabela 6.8 – Análise de Dano obtidos para os trens-tipo Operacional Carregado e Descarregado.....                                                                                                | 60 |
| Tabela 7.1– Peso dos elementos estruturais e de elementos da via considerados. ....                                                                                                              | 63 |
| Tabela 7.2 – Cargas em locomotivas e vagões ....                                                                                                                                                 | 65 |
| Tabela 7.3 – Número de ciclos operacionais para diferente vidas úteis à fadiga. ....                                                                                                             | 68 |
| Tabela 7.4 – Tipos da curva S-N. (Fonte: NBR 6118).....                                                                                                                                          | 69 |
| Tabela 7.5 – Parâmetros para as curvas S-N (Wöller) para os aços imersos no concreto.....                                                                                                        | 70 |
| Tabela 7.6 – Valores de $\Delta\sigma_{lim}$ para os números de ciclos operacionais.....                                                                                                         | 72 |
| Tabela 7.7 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 100 anos.....                                                                                                                         | 72 |
| Tabela 7.8 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 200 anos.....                                                                                                                         | 72 |
| Tabela 7.9 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 250 anos.....                                                                                                                         | 73 |
| Tabela 7.10 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 300 anos.....                                                                                                                        | 73 |

|                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 7.11 – Coeficientes de fadiga ( $k_f$ ) para vida útil de 400 anos.....                               | 73 |
| Tabela 7.12 – Armaduras corrigidas para vida à fadiga de 100, 200, 250, 300 e 400 anos.....                  | 74 |
| Tabela 7.13 – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 100 anos. .... | 76 |
| Tabela 7.14 – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 200 anos. .... | 76 |
| Tabela 7.15 – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 250 anos. .... | 76 |
| Tabela 7.16 – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 300 anos. .... | 77 |
| Tabela 7.17 – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 400 anos. .... | 77 |

# 1 INTRODUÇÃO

As pontes ferroviárias de concreto armado estão sujeitas às ações dinâmicas variáveis devido ao tráfego de veículos. Estas ações podem resultar no fenômeno de fadiga do aço e do concreto dessas estruturas. No dimensionamento de estruturas de concreto armado sujeitas à carregamento cíclico, de modo geral, a fadiga é considerada simplificada, por meio de um coeficiente  $k_f$ , denominado coeficiente de fadiga. Esse coeficiente majora a área de aço inicialmente calculada para atender ao Estado Limite Último (ELU), com a finalidade de limitar, em serviço, as variações de tensões no aço de modo a garantir uma vida útil de no mínimo 2.000.000 de ciclos.

A falha por fadiga geralmente ocorre de forma repentina e catastrófica. Pontes, aeronaves e numerosos componentes de máquinas estão sujeitos à falha por fadiga.

O termo fadiga é utilizado porque a falha geralmente ocorre após longos períodos de tempo sob solicitação cíclica. Praticamente todos os tipos de materiais estão sujeitos à falha por fadiga. A ruptura por fadiga é de natureza frágil, mesmo em metais dúcteis. As trincas de fadiga iniciam-se em defeitos superficiais ou próximos da superfície. Estes defeitos podem ser estruturais, tais como inclusões ou arranhões, mas também podem surgir durante o processo de deformação. Existem várias possibilidades para aplicação de esforços cíclicos, tais como ciclos envolvendo somente compressão, ou compressão/tração ou ainda flexão alternada (PADILHA, 2000).

O aumento na deformação e a formação de fissuras devido às cargas repetidas são, geralmente, os fatores mais importantes na análise de fadiga em elementos estruturais de concreto. Após um determinado número de ciclos, a fissura pode adquirir dimensões suficientes para torná-la instável, conduzindo assim à ruptura. Em geral, a ruptura não é diretamente produzida pela fadiga, mas sim é decorrente de deteriorações progressivas nas quais a fadiga é um elemento contribuinte (Fatigue of Concrete Structures – CEB, 1988).

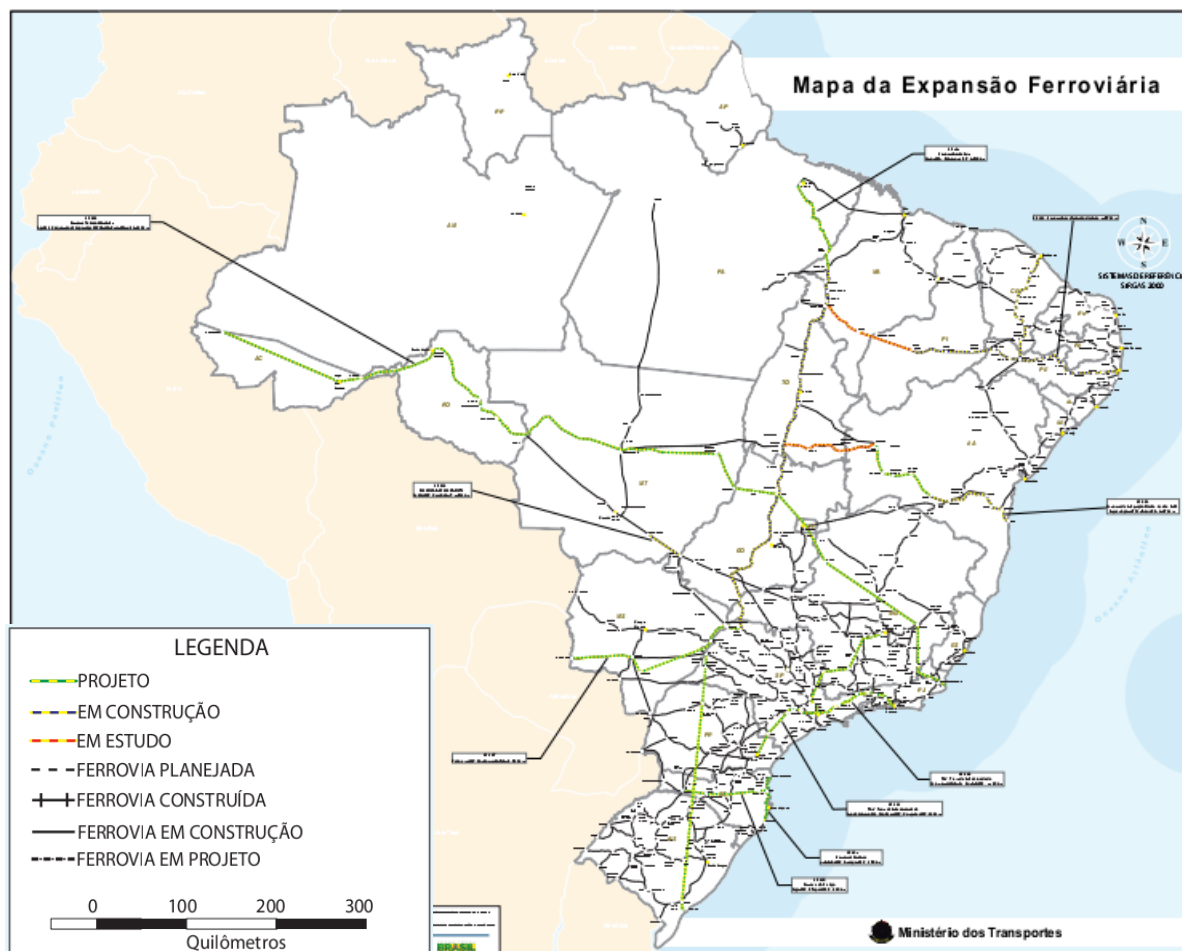
## 1.1. JUSTIFICATIVA

A pesquisa foi desenvolvida através de um convênio entre a Universidade Federal do Pará (UFPA) e a mineradora VALE, a qual tem a intenção de aumentar a capacidade de carga nos vagões. Com isso, foram realizados vários estudos para a integridade estrutural das Obras de Artes Especiais (OAE's), localizadas ao longo da Estrada de Ferro Carajás (EFC). Na EFC existem aproximadamente 60 OAE's, dentre as quais encontram-se pontes e viadutos ferroviários. Atualmente a VALE está duplicando a linha ferroviária da EFC, logo vão ser projetadas novas pontes e viadutos ferroviários.

O presente trabalho já poderá servir de auxílio para os projetistas estruturais que irão fazer o dimensionamento das novas OAE's, já que existe poucas pesquisas realizadas no que diz respeito ao dimensionamento das armaduras longitudinais sujeitas à fadiga.

O método utilizado atualmente, na maioria dos projetos, para o dimensionamento de estruturas de concreto armado sujeito à carregamento cíclico foi proposto em 1967 pelo EB-3, numa época onde as simplificações eram bem conservadoras, devido a não possuir ferramentas eficientes. Mas com o avanço dos métodos computacionais é possível desenvolver modelos mais refinados que melhorem os fatores utilizados no dimensionamento, inclusive o comportamento não-linear dos materiais, a interação do concreto com a armadura e diferentes configurações de carregamentos.

Além disso, o governo planeja construir 10 mil quilômetros de vias férreas até 2025, segundo a Associação Nacional dos Transportadores Ferroviários (ANTF). E de acordo com os dados da Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT), estão previstos R\$ 91 bilhões de investimentos nas ferrovias brasileiras, nos próximos 25 anos. Logo as OAE's que serão construídas ao longo nas novas ferrovias poderão apresentar um dimensionamento mais seguro e econômico em relação ao fenômeno de fadiga, mostrando assim a importância do estudo em âmbito nacional. A figura 1.1 mostra o mapa ferroviária do Brasil em expansão.



**Figura 1.1–** Mapa Ferroviário do Brasil em Expansão. (Fonte: ANTT).

## 1.2. OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar uma metodologia de dimensionamento das armaduras longitudinais sujeitas à fadiga em pontes ferroviárias de concreto armado para uma determinada vida útil de projeto especificada. A pesquisa abrange também alguns objetivos específicos:

- Avaliar o coeficiente de fadiga  $K_f$ , que utiliza 2.000.000 milhões de ciclos, no dimensionamento de estruturas de concreto armado sujeitas a carregamentos cíclicos, em especial as pontes ferroviárias de concreto armado.
- Propor melhorias nas hipóteses consideradas pelo método simplificado, coeficiente de fadiga  $k_f$ , para que possam ser usadas no dimensionamento da armadura sujeita à fadiga para valores de vida úteis especificada em projeto.

- Verificar uma relação entre os danos efetivos, à fadiga, produzidos pela passagem completa de um trem com um ciclo padrão, obtido a partir da variação entre máximo e mínimo global produzidos pela passagem do mesmo trem, utilizado pelo método kf.

### 1.3. BREVE HISTÓRICO

O primeiro estudo sobre fadiga metálica acredita-se que tenha sido desenvolvido pelo engenheiro de minas alemão W. A. J. Albert (1787-1846) em 1829. O termo fadiga foi usado pela primeira vez em 1837 por Poncelet. Estudos detalhados sobre fadiga tiveram início em 1842 motivados pelo acidente ferroviário próximo a Versalhes. A causa desse acidente foi atribuída pela falha por fadiga do eixo frontal da locomotiva. Nesta época Rankine (1820-1872) apresentou a “Teoria da Cristalização” (admitia-se que um aço dúctil sob ação de um estado de tensões variável apresentava uma alteração na sua microestrutura passando a ter um comportamento de material frágil). Essa teoria é superada pelos estudos do engenheiro ferroviário August Wöhler (1819-1914) por volta de 1850. Wöhler estudou a ruptura de frisos do rodeio de locomotivas, que fraturavam após algumas centenas de quilômetros de serviço e embora projetadas de acordo com critérios de resistência estática, essa fratura ocorria sob condições de carregamento normal (SURESH, 1998).

Estudos sobre o efeito das tensões médias foram realizadas por Gerber (1874) e Goodman (1899). Em 1910, Basquin apresentou leis empíricas para a construção das curvas de Wöhler (S-N). Um modelo para considerar um dano acumulado por fadiga foi apresentado por Palmgren (1924) e Miner (1945). Efeitos de concentração de tensão foram estudados por Neuber em 1946 (AFONSO, 2007).

#### 1.4. ESTRUTURA DO TEXTO

A estrutura da dissertação está organizada em introdução (capítulo 1), revisão bibliográfica (capítulos 2, 3, 4 e 5), metodologia (capítulo 6), estudo de caso (capítulo 7), conclusões (capítulo 8) e referências bibliográficas (capítulo 9).

O capítulo 1 faz uma contextualização a respeito das pontes ferroviárias que estão sujeitas a fenômeno de fadiga, algumas definições de fadiga e tipos de esforços cíclicos. Ainda neste capítulo são apresentados o objetivo principal e os específicos, a justificativa, um breve histórico à respeito do fenômeno da fadiga e a estrutura do texto final.

O capítulo 2 apresenta à fadiga em aços para concreto armado, apresentando os fatores de influenciam no fenômeno da fadiga e as formas de apresentação dos resultados para as curvas S-N dos aços.

O capítulo 3 descreve a fadiga do concreto armado, onde se comenta os tipos de ruínas à fadiga, por flexão, cisalhamento e aderência. Em seguida, são mostrados o efeito da fadiga no estado de utilização e o método simplificado para dimensionamento à fadiga, o coeficiente de fadiga  $K_f$ , proposto pelo EB-3/67.

No capítulo 4 são apresentadas as solicitações de fadiga, através dos carregamentos de amplitude constante e variável. Comenta-se também os métodos de contagem de ciclos e as teorias de dano para a determinação da vida útil.

No capítulo 5 se faz uma revisão das normas vigentes NBR 6118 e do CEB 90 a respeito da verificação à fadiga.

O capítulo 6 trata-se da metodologia empregada na pesquisa, levando em consideração melhorias nas hipóteses utilizadas pelo método simplificado, coeficiente de fadiga.

O capítulo 7 apresenta o estudo de caso, o qual consiste em aplicar as hipóteses melhoradas para o dimensionamento das armaduras longitudinais em pontes ferroviárias de concreto armado.

No capítulo 8 são apresentadas as conclusões apartir dos resultados obtidos, algumas recomendações para o dimensionamento de armaduras sujeitas à fadiga e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 FADIGA EM AÇOS PARA CONCRETO ARMADO

Analisa-se a seguir o comportamento à fadiga das barras de aço para concreto armado, incluindo barras retas, dobradas e emendas. Este estudo refere-se basicamente às barras nervuradas, identificadas em nossa especificação como da categoria CA-50, de dureza natural (classe A) e encruada a frio (classe B). De fato, as barras nervuradas apresentam maior sensibilidade à fadiga do que as lisas. Os resultados obtidos para estes aços são extensíveis aos aços CA-60, fios lisos, trefilados, pois não há diferenças relevantes no comportamento à fadiga entre aços de diferentes categorias, conforme demonstram resultados de ensaios. Quanto as telas soldadas, de fios trefilados (CA-60) ou de barras nervuradas (CA-50), é frequente evitar seu uso em estruturas submetidas a cargas repetidas, significativas, em virtude da preocupação com as desfavoráveis concentrações de tensões que se instalam nas interseções soldadas dos fios ou barras que a compõem. Acresce-se a isto o fato de que o conhecimento à fadiga destas telas e das peças estruturais armadas com as mesmas, para grande número de ciclos, é ainda insuficiente para o estabelecimento de diretrizes confiáveis de dimensionamento (LARANJEIRAS, 1990).

Existe disponível na literatura extenso número de resultados experimentais sobre o comportamento das barras de aço sob cargas repetidas. Os ensaios com barras retas foram conduzidos como ensaios de tração simples (axial), em barras isoladas, ao ar, ou como ensaios de flexão, com as barras como armadura de tração de vigas de concreto.

Há uma contradição na literatura técnica se uma barra tem a mesma resistência à fadiga se ensaiada isolada, ao ar, ou como armadura, dentro de uma viga de concreto. Algumas investigações indicam que as barras nas vigas apresentam maior resistência à fadiga do que as barras isoladas, enquanto outras investigações concluem exatamente o oposto (LARANJEIRAS 1990).

Outros estudos experimentais indicam que, na verdade, a diferença de resistência à fadiga de barras ao ar ou em vigas é pequena, se a conformação das nervuras transversais flexão). Com isto, os resultados experimentais obtidos nos ensaios de tração, em maior número, estariam a favor da segurança no estabelecimento de diretrizes para o dimensionamento à fadiga das peças estruturais. É adequada para garantir boa aderência entre o aço e o concreto. O

Grupo de Trabalho do CEB sobre Fadiga das Estruturas de Concreto (general Task Group 15) sustenta que as barras ensaiadas ao ar (teste axiais) exibem resistência cerca de 20% menor do que as ensaiadas nas vigas (testes de

## 2.1. FATORES DE INFLUÊNCIA

O comportamento das barras de aço na fadiga depende de diversos fatores, tais como:

- a) Características geométricas das nervuras;
- b) Diâmetro da barra;
- c) Dobramento;
- d) Emendas;

### *a) Características geométricas das nervuras*

As nervuras das barras são dispostas para garantir a boa aderência do aço com o concreto. Todavia, estas mesmas nervuras dão lugar à concentração de tensões em suas bases, ou nos pontos de interseção ou conexão entre duas nervuras. Nestes pontos de concentração de tensões tem início as fraturas por fadiga.

Este é um fator sobre o qual o engenheiro pouco pode intervir, pois a especificação do aço em projeto limita-se a sua categoria e classe.

### *b) Diâmetro da barra*

A resistência à fadiga das barras reduz-se com o aumento de seu diâmetro. Este fenômeno pode ser explicado em termos da Mecânica das Fraturas ou em termos da maior possibilidade de imperfeições em superfícies com maior área. A resistência à fadiga de uma barra de 40 mm de diâmetro é tipicamente 25% menor do que a resistência à fadiga de sua semelhante, do mesmo fabricante, com 18 mm de diâmetro.

### *c) Barras Dobradas*

O dobramento das barras reduz sua resistência à fadiga em relação à resistência da barra reta, a depender do diâmetro do dobramento. Resultados de ensaio indicam que, para pequenos diâmetros de dobramento iguais a 5 vezes o

diâmetro da barra, há redução de 8%, enquanto, para diâmetros e dobramento a partir de 25 vezes o diâmetro da barra, não se observam diferenças de resistência a fadiga, se comparadas com as barras retas.

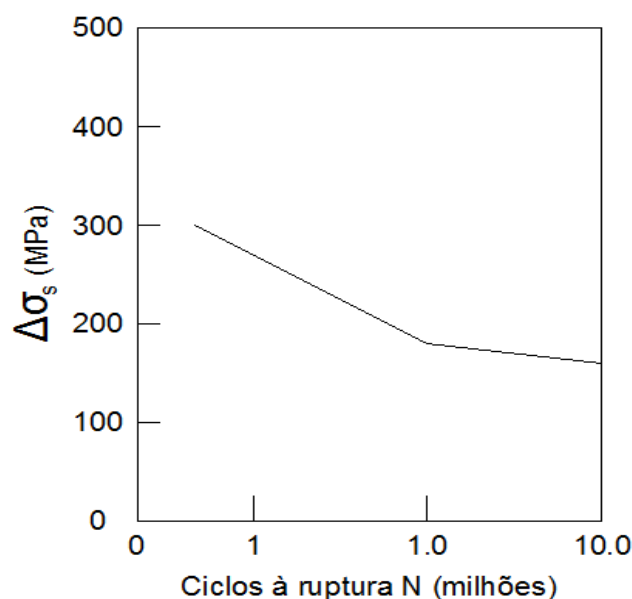
#### *d) Emendas*

As emendas por traspasse não apresentam deficiência em relação à fadiga, comparadas com o desempenho das barras retas sem emendas, conforme demonstram resultados de ensaios utilizando comprimentos de traspasse de 20 a 35 diâmetros. Todavia, no caso de dobras nas barras para acomodação dos traspasses, observa-se significativa redução na resistência a fadiga.

As emendas por solda com eletrodo ou de topo, por caldeamento, tanto em ensaios axiais como de flexão, indicam acentuada redução de resistência à fadiga, com valores da ordem de 50% dos correspondentes às barras sem emendas. É recomendável evitar-se o uso de emendas com soldas nas regiões onde os esforços de fadiga são significativos.

## 2.2. REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os engenheiros necessitam de uma representação dos resultados científicos da forma conveniente, que lhes sirva como referência no dimensionamento das estruturas. Os resultados dos ensaios de fadiga dos aços são normalmente representados pelas curvas  $\Delta\sigma_s - N$  (ou  $S_r - N$ ), onde  $\Delta\sigma_s$  (ou  $S_r$  = Stress range) é a diferença entre o nível máximo e mínimo de tensões aplicadas e  $N$  o número de ciclos. A Figura 2.1 apresenta uma curva  $\Delta\sigma_s - N$  típica do aço para concreto armado, onde as ordenadas representam  $\Delta\sigma_s$  em escala linear, e as abscissas representam  $N$ , em escala logarítmica.



**Figura 2.1**– Curva típica S-N dos aços de concreto armado.

Observa-se que a maioria das curvas obtidas de ensaios, a semelhança da curva da Figura 2.1, apresenta dois trechos distintos, um mais inclinado, correspondendo a valores menores de  $N$ , e outro trecho que se segue ao primeiro, menos inclinado, sugerindo que as barras de aço têm, praticamente, um limite de fadiga para um número de repetições acima de 100 milhões de ciclos. As resistências à fadiga associadas com o trecho mais inclinado e com o trecho quase horizontal das curvas  $\Delta\sigma_s - N$  são destinadas na literatura como região de vida finita e região de vida longa (“long life” ou “long endurance”), respectivamente.

Supõe-se assim que o intervalo de tensões  $\Delta\sigma_s$  capaz de produzir a ruptura por fadiga, para elevado número de repetições, independe praticamente do valor da tensão mínima, ao contrário do que acontece com o concreto. Esta hipótese está incorporada à maioria das Normas de Cálculo, com exceção da norma Americana de Pontes, ACI 343R/81, que sustenta que o valor da tensão mínima influencia na grandeza do  $\Delta\sigma_s$ . De fato, os resultados de investigação que fundamentam esta posição do ACI (American Concrete Institute) e outros, mais recentes, indicam que este limite não se configura exatamente a um ou dois milhões de repetições, como até então se considera, mas sim após dez milhões de ciclos.

Realmente, as investigações até cerca de dez anos atrás interrompiam aos ensaios em dois milhões de ciclos, adotando-se, a partir deste valor de  $N$ , valor constante para  $\Delta\sigma_s$ . As pesquisas nos últimos anos denotam acentuada preocupação pelo melhor conhecimento das curvas  $\Delta\sigma_s - N$  na região de longa vida, até valores de  $N$  iguais a 100 a 200 milhões de repetições. Esta preocupação tem também justificativas práticas, pois segundo Tilly 1988 *apud* Laranjeiras 1990, as pontes rodoviárias e estruturas off-shore podem atingir, em serviço, dois milhões de repetições de cargas de fadiga em menos de quatro meses. Estudos teóricos de RADOGNA et al, *apud* LARANJEIRAS 1990, sobre a segurança à fadiga das pontes rodoviárias e ferroviárias, para vidas úteis estimadas em 50 e 100 anos, respectivamente, evidenciam a necessidade de conhecimento do comportamento à fadiga dos materiais e elementos estruturais na região de altos valores de  $N$ , acima de 10 milhões de ciclos, para identificar a real existência do limite de fadiga. De fato, o estabelecimento de valores limites referidos a apenas dois milhões de repetições conduzem a valores artificialmente altos e a dimensionamentos, teoricamente, contra a segurança.

Recentemente, as curvas S-N vêm sendo representadas em escalas logarítmicas, tanto nas ordenadas ( $\Delta\sigma_s$ ) quanto nas abscissas ( $N$ ), como se ilustra na Figura 2.2, expressando-se a relação entre as variáveis, genericamente, pela equação 2.1:

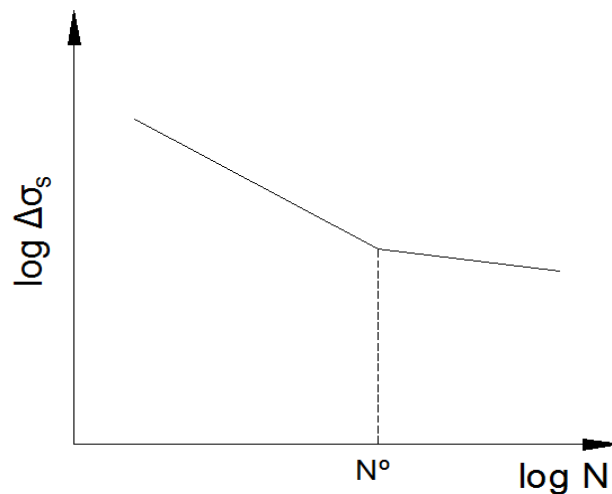
$$\Delta\sigma_s^m \cdot N = const. \quad (\text{Equação 2.1})$$

Sendo:

$\Delta\sigma_s$  - Variação de tensão resistente à fadiga;

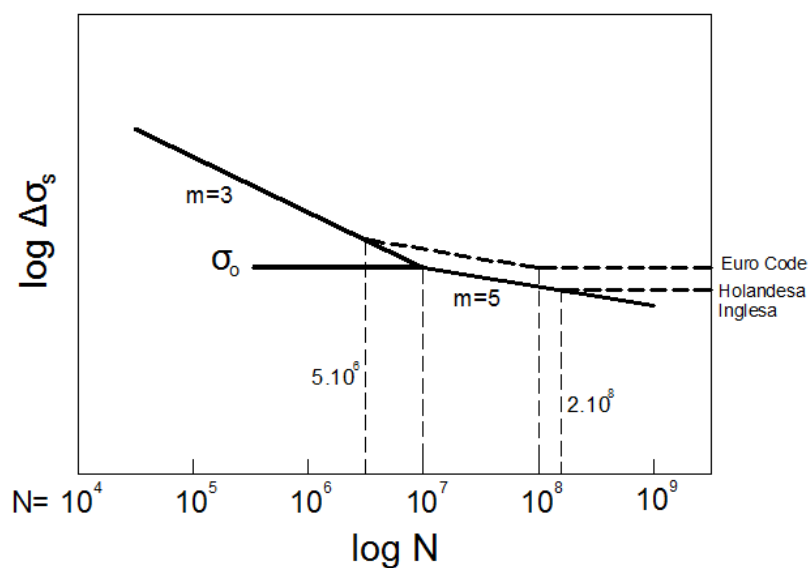
$N$  - Número de ciclos para ocorrer a falha em determinado nível de tensão;

$m$  - constante dos trechos 1 e 2 da curva S-N;



**Figura 2.2**– Curva típica de resistência à fadiga dos aços em escala logarítmica.

Esta forma de expressão teria a vantagem de apresentar o mesmo formato que é utilizado nas Normas e literatura das estruturas de aço, conforme se verifica na Figura 2.3, além de ser compatível com os resultados da Mecânica das Fraturas. Visualiza-se, na figura 2.3, que as Normas europeias para dimensionamento à fadiga das estruturas de aço utilizam representações semelhantes, com diferenças insignificantes: a Euro Code, com ponto de transição nos valores de  $m$  em 5 milhões de ciclos e limite de resistência à fadiga a 100 milhões de ciclos, as Normas inglesa e holandesa com transição em 10 milhões de ciclos, fixando esta última o limite de fadiga em 200 milhões de ciclos.



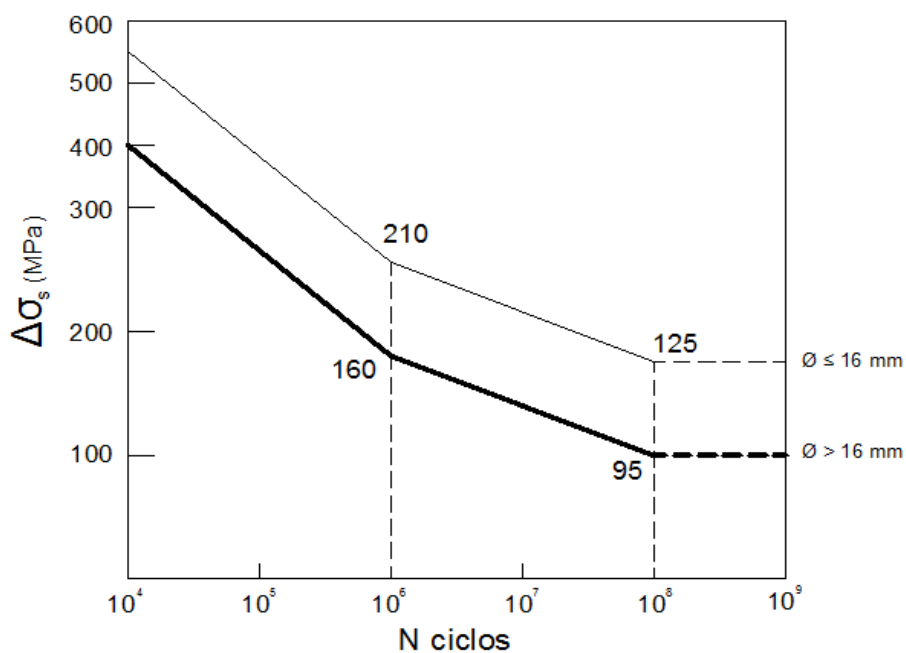
**Figura 2.3** – Representação da resistência à fadiga dos aços em Normas de estruturas de aço. (Fonte: Laranjeiras, 1990)

A Figura 2.4 representa as curvas recomendadas pelo CEB-FIB 90 para os aços de concreto armado, com ponto de transição em um milhão de ciclos.

A título informativo, a Tabela 2.1 apresenta os valores médios e característicos (correspondentes quantil de 5%) de  $\Delta\sigma_s$  para  $N = 1$  milhão de ciclos, obtidos a partir de resultados de ensaios de tração ao ar de barras de aço para concreto armado, e incorporados ao código Modelo CEB-FIB 90.

**Tabela 2.1** – Valores médio e característico (5%) da resistência à fadiga  $\Delta\sigma_s$  de resultados de ensaios de tração ao ar de barras de aço, para um milhão de repetições de carga.

| d<br>(em mm) | $\Delta\sigma_s$ em MPa |                |
|--------------|-------------------------|----------------|
|              | Médio                   | Característico |
| $\leq 10$    | 280                     | 210            |
| $> 10$       | 280                     | 160            |



**Figura 2.4**– Curvas de resistência características à fadiga dos aços de concreto armado adotados pelo código Modelo CEB/FIB – 90.

### 3 FADIGA DO CONCRETO ARMADO

Em estruturas de concreto armado, a fadiga está intimamente relacionada com as propriedades de seus materiais componentes, concreto e aço e a interação entre eles. Assim, para elementos sub-armados sob a ação cíclica de momento fletor o comportamento à fadiga está diretamente relacionado com a resistência à fadiga da armadura. Para elementos super-armados ou aqueles nos quais o cisalhamento e a aderência são fatores determinantes, a previsão do comportamento é mais complexa (MAGGI 2004).

Segundo Hawkins & Shah 1982 *apud* Maggi 2004, os aumentos na deformação e na abertura das fissuras em vigas de concreto armado submetidas a carregamento repetido são causados pela chamada fluência cíclica do concreto comprimido e pela redução da rigidez na zona de tração, por causa da fissuração e da perda de aderência entre o aço e o concreto.

#### 3.1. RUÍNA POR FLEXÃO

Quando um elemento de concreto armado é submetido à flexão ocorre um gradiente de tensões na zona de compressão que fornece uma reserva de tensão para quando a fibra mais solicitada romper sob carregamento cíclico.

Schäfli & Brühwiler 1998 apresentam resultados de ensaios de vigas de concreto armado, realizados no Instituto de Tecnologia da Suíça. Foram realizados ensaios de flexão em vigas com 320 cm de comprimento, 15 cm de base e 40 cm de altura. As taxas de armadura eram de 0,68%, 1,37% e de 1,60%. Não foi utilizada armadura transversal. Nesses ensaios foi observado dano por fadiga apenas quando o carregamento máximo ultrapassou 60% da resistência estática. A ruína ocorreu sempre por escoamento da armadura, observada pela medida dos deslocamentos, e visualmente, observando a configuração das 20 fissuras e suas aberturas. As deformações e os deslocamentos aumentaram significativamente nos primeiros 100 ciclos, seguidos de um período de crescimento constante das deformações e dos deslocamentos, com uma taxa muito inferior. O aumento das deformações foi acompanhado pela propagação das fissuras. Durante os 100 primeiros ciclos, a propagação das fissuras era visível na superfície. Novas fissuras se abriram, em particular na zona de cisalhamento. Na fase final dos ensaios, as

fissuras normalmente mudavam de direção e se propagavam paralelas ao eixo da viga.

Schäfli & Brühwiler 1998 observaram ainda que a distribuição das deformações acima da face inferior das vigas ensaiadas, na região de predominância de flexão, é linear, com significativo crescimento das deformações nos 100 primeiros ciclos e contínua propagação após alguns milhões de ciclos. O módulo de elasticidade do concreto submetido à fadiga diminui bastante, em função da intensidade do carregamento e do número de ciclos. A redistribuição dos esforços nas fibras mais deformadas da zona de compressão ocorre por causa dessa perda de rigidez. A distribuição das tensões na zona de compressão, que inicialmente era linear, passa a ser parabólica. Esse processo é mais pronunciado em elementos delgados submetidos à flexão, sem forças axiais (assim como lajes), por causa do elevado gradiente das tensões. Portanto, há uma grande capacidade de redistribuição dos esforços, que pode explicar porque mesmo elementos superarmados atingem a ruína por escoamento da armadura, quando submetidos a ações cíclicas.

### 3.2. RUÍNA POR CISALHAMENTO

A fadiga em vigas sem armadura de cisalhamento foi descrita em 1983 por Frey Thürlimann. A fissuração se desenvolve logo depois dos primeiros ciclos e ocorre pouca deformação antes de aparecer a fissura crítica de cisalhamento. A ruptura resulta do desenvolvimento dessa fissura crítica, que cruza as fissuras de flexão. Em algumas vigas a armadura principal chegou a se separar do concreto. Inicialmente os deslocamentos e as deformações aumentam visivelmente, mas com o decorrer dos ciclos esse aumento é reduzido. Depois da formação da fissura crítica de cisalhamento, não é possível prever com confiança o número de ciclos até a ruína (MALLET, 1991).

Segundo Schäfli & Brühwiler 1998, observaram que vigas de pontes, submetidas a baixas tensões, romperiam apenas com um número de ciclos muito grande, a menos que essas estejam submetidas a tensões reversivas de cisalhamento. Nesse caso, a resistência pode ser muito inferior, se comparada com o cisalhamento sem inversão de sinal.

### 3.3. RUPTURA DA ADERÊNCIA

Segundo Maggi 2004 nas peças de concreto armado, com o carregamento cíclico, a resistência da aderência entre o aço e o concreto diminui. As fissuras mais abertas e a pequena contribuição do concreto na resistência à tração resultam em maiores deformações. Caso a resistência de aderência entre o aço e o concreto seja suficiente, a ruptura ocorre ao redor da armadura, onde a tração excede a resistência do concreto. Esse tipo de fadiga é caracterizada por uma redistribuição das tensões, conforme aumenta o número de ciclos, até chegar à ruptura, quando a intensidade da tensão passa a ser constante. Se a resistência do concreto ao fendilhamento for alta o suficiente, a ruptura ocorrerá no perímetro da barra. Este comportamento é verificado tanto na compressão quanto na tração.

Balázs 1991, mostra a influência das ações repetidas (de um mesmo sinal) e reversos na aderência entre aço e concreto. Conclui que a hipótese de modelo linear de Miner não representa bem o problema. Verifica que as tensões alternadas produzem maiores deslizamentos que as tensões repetidas.

### 3.4. EFEITO DA FADIGA NO ESTADO DE UTILIZAÇÃO

Braguim 1995, ensaiou três vigas normalmente armadas e três superarmadas, em serviço, sob ação cíclica, e utilizou a mecânica do dano para explicar a perda de rigidez do concreto. Segundo esse autor, as normas recomendam que sejam levados em conta os efeitos da fluência na análise de estruturas de concreto armado sob cargas permanentes. O mesmo não ocorre com os efeitos análogos causados pelas forças acidentais com caráter cíclico, a chamada fluência cíclica.

Braguim realizou ensaios com ações constantes e cíclicas em vigas de concreto armado, com o objetivo de verificar a evolução dos deslocamentos. O vão adotado foi de 270 cm. Foram projetados dois tipos de vigas: superarmadas, com 3  $\Phi$ 12,5 mm, e normalmente armadas, com 3  $\Phi$  8 mm. A seção transversal adotada foi a retangular com 12 cm de largura e 25 cm de altura. Foi utilizado concreto com resistência de aproximadamente 40 MPa e aço CA-50.

Para os ensaios com carregamento cíclico, Braguim utilizou três vigas superarmadas e mais três vigas normalmente armadas. Para ensaio com carga

constante, foram moldadas duas vigas superarmadas e duas normalmente armadas.

Nos ensaios de fluência, a carga aplicada foi igual à carga máxima nas vigas com carregamento cíclico. A carga foi mantida por dez dias pois, segundo o modelo sugerido pelo código modelo do CEB-FIP Model Code 1990, nesse tempo seria atingida entre 75 e 80% da deformação aos dez anos.

A fim de medir os deslocamentos, foram utilizados defletômetros com sensibilidade de 0,01 mm. Em cada viga foram posicionados dois defletômetros no meio do vão. As armaduras longitudinais e transversais foram instrumentadas com extensômetros elétricos para medida da deformação específica.

Para os ensaios com carregamento cíclica, foi utilizado atuador com precisão de 0,1 kN. O número máximo de ciclos foi de 20000, que equivale a cerca de 20% do total de ciclos que caracteriza uma combinação freqüente, segundo a NBR 8681:1984. A freqüência adotada foi de 1 Hz. Assim, cada ensaio durou oito horas. As leituras, que a princípio deveriam ser realizadas aos 200, 500, 1000, 2000, 4000, 10000, 15000 e 20000 ciclos, foram acrescidas de leituras intermediárias, realizadas nos intervalos de funcionamento do atuador, necessários por causa do superaquecimento.

Para os ensaios com carregamento permanente, a relação entre o deslocamento depois de dez dias e o deslocamento inicial variou entre 1,16 e 1,21 nas vigas superarmadas, e entre 1,24 e 1,25 nas vigas normalmente armadas. Nos ensaios com força cíclica, a relação entre o deslocamento máximo depois de 20000 ciclos e o deslocamento máximo inicial ficou entre 1,12 e 1,13 nas vigas superarmadas, e entre 1,23 e 1,28 nas vigas normalmente armadas. A relação entre o deslocamento mínimo aos 20.000 ciclos e o deslocamento mínimo inicial foi de 1,17 nas vigas superarmadas, e variou entre 1,26 e 1,31 nas vigas normalmente armadas.

Braguim conclui que a variação dos deslocamentos nas vigas normalmente armadas sob carregamento permanente foi da ordem de 24% do deslocamento inicial, e que nos ensaios com carregamento cíclico o aumento do deslocamento máximo aos 20000 ciclos e deslocamento máximo inicial foi da ordem de 25%. Portanto os aumentos de deslocamento são da mesma ordem de grandeza.

Nas vigas superarmadas, Braguim observou que a variação do deslocamento nos ensaios estáticos foi da ordem de 18%, e nos ensaios de fadiga, da ordem de 12%.

### 3.5. MÉTODO SIMPLIFICADO - COEFICIENTE DE FADIGA ( $K_f$ )

Nas pontes rodoviárias e ferroviárias, as cargas móveis produzem variações de tensões nas armaduras. Quando a variação das tensões ( $\Delta\sigma$ ) ficar acima do valor limite ( $\Delta\sigma_{lim}$ ), a área de aço deve ser majorada de um coeficiente de fadiga dado pela equação 3.1:

$$K_f = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_{lim}} \geq 1 \quad (\text{Equação 3.1})$$

Segundo a EB-3/67, o valor limite corresponde à variação de tensões que leva a ruptura do aço após 2 milhões de ciclos, sendo:

$$\Delta\sigma_{lim} = 1800 \text{ kgf} / \text{cm}^2, \text{ para barras retas ou com raio de curvatura } \geq 7,5 \varnothing;$$

$$\Delta\sigma_{lim} = 1400 \text{ kgf} / \text{cm}^2, \text{ para barras com forte curvatura (estribos).}$$

Desta forma, o coeficiente  $k_f$ , quando  $\Delta\sigma > \Delta\sigma_{lim}$ , pode ser obtido com as expressões particularizadas abaixo:

- Para barras retas ou com raio de curvatura  $\geq 7,5 \varnothing$ :

$$\begin{array}{l} A_s \text{ ---- } 1800 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \\ K_f \cdot A_s \text{ ---- } \Delta\sigma \end{array}$$

$$K_f = \frac{\Delta\sigma}{1800} \quad (\text{Equação 3.2})$$

- Para barras com forte curvatura (estribos):

$$\begin{array}{l} A_s \text{ ---- } 1400 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \\ K_f \cdot A_s \text{ ---- } \Delta\sigma \end{array}$$

$$K_f = \frac{\Delta\sigma}{1400} \quad (\text{Equação 3.3})$$

A variação das tensões ( $\Delta\sigma$ ) deve ser calculada para cargas em serviço (estádio II). Como o cálculo das tensões na armadura no estágio II era trabalhoso na década de 70, a EB-3/67 permite que se adote um coeficiente de fadiga baseado na variação dos esforços. O processo (simplificado) é mostrado a seguir:

Admite-se que  $\frac{\Delta M}{M_{máx}} \cong \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{máx}}$ , resulta:

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta M}{M_{máx}} \cdot \sigma_{máx} \quad (\text{Equação 3.4})$$

Como  $K_f = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_{lim}}$ , resulta:

$$\Delta\sigma = K_f \cdot \Delta\sigma_{lim} \quad (\text{Equação 3.5})$$

Igualando as equações 3.4 e 3.5, resulta em:

$$K_f = \frac{\Delta M}{M_{máx}} \cdot \frac{\sigma_{máx}}{\Delta\sigma_{lim}} \quad (\text{Equação 3.6})$$

Sendo  $\Delta M = M_{máx} - M_{mín}$ , o coeficiente de fadiga, fica:

$$K_f = \frac{M_{máx} - M_{mín}}{M_{máx}} \cdot \frac{\sigma_{máx}}{\Delta\sigma_{lim}} = \left(1 - \frac{M_{mín}}{M_{máx}}\right) \cdot \frac{\sigma_{máx}}{\Delta\sigma_{lim}} \quad (\text{Equação 3.7})$$

Onde  $\sigma_{m\acute{a}x}$  é a tensão máxima no aço, em serviço, obtida de forma simplificada pela equação 3.8.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot \gamma_f} \quad (\text{Equação 3.8})$$

Logo:

$$K_f = \left(1 - \frac{M_{m\acute{i}n}}{M_{m\acute{a}x}}\right) \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot \gamma_f \cdot \Delta\sigma_{lim}}, \text{ para } M_{m\acute{a}x} \cdot M_{m\acute{i}n} > 0 \quad (\text{Equação 3.9})$$

Segundo a EB-3/67, quando houver inversão de sinais nos momentos fletores, ou seja, armaduras sujeitas à tração e compressão, pode ser considerado apenas metade do valor do momento mínimo, visto que a armadura na região comprimida é menos solicitada que na região tracionada.

Dessa forma, o coeficiente de fadiga pode ser expresso por:

$$K_f = \left(1 + \frac{|M_{m\acute{i}n}|}{2 \cdot |M_{m\acute{a}x}|}\right) \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot \gamma_f \cdot \Delta\sigma_{lim}}, \text{ para } M_{m\acute{a}x} \cdot M_{m\acute{i}n} < 0 \quad (\text{Equação 3.10})$$

Para o esforço cortante (estribos), o coeficiente de fadiga pode ser expresso pelas equações 3.11 e 3.12:

$$K_f = \left(1 - \frac{V_{m\acute{i}n}}{V_{m\acute{a}x}}\right) \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot \gamma_f \cdot \Delta\sigma_{lim}}, \text{ para } V_{m\acute{a}x} \cdot V_{m\acute{i}n} < 0 \quad (\text{Equação 3.11})$$

$$K_f = \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot \gamma_f \cdot \Delta\sigma_{lim}}, \text{ para } V_{m\acute{a}x} \cdot V_{m\acute{i}n} < 0 \quad (\text{Equação 3.12})$$

Como os estribos sempre trabalham tracionados, mesmo a esforços cortantes de sinais contrários, considera-se  $V_{m\acute{a}x}=0$ , a fim de se obter a máxima variação de tensão.

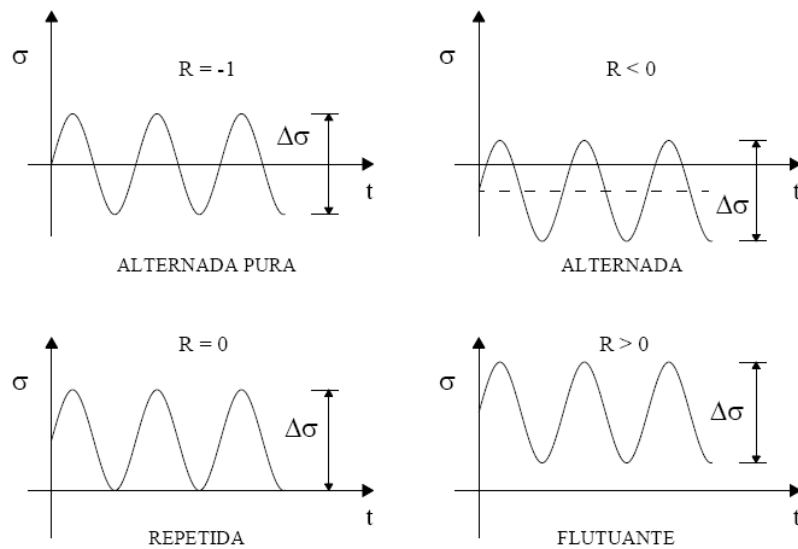
## 4 SOLICITAÇÕES DE FADIGA

As solicitações de fadiga podem variar entre valores constantes de tensão ou deformações máxima e mínima, caracterizando um carregamento com amplitude constante, ou apresentar distribuições aleatórias, caracterizando um carregamento com amplitude variável.

A maior parte dos resultados de ensaios clássicos de fadiga é obtida sob condições de carga de amplitude constante do tipo senoidal, conforme figura 4.1. Pois são mais fáceis de serem realizadas e não exigem equipamento sofisticado, sendo que seu uso na definição de curvas de projeto do tipo S-N só será, a rigor, válido no caso de construções sujeitas em serviço a espectros de carga senoidais de amplitude constante.

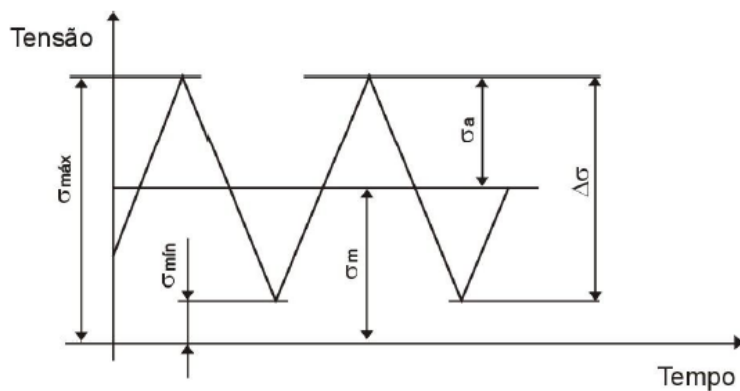
### 4.1. CARREGAMENTOS COM AMPLITUDE CONSTANTE

Os fatores que tem maior influência sobre a fadiga são a amplitude de tensão ou deformação, o valor médio de tensão e o número de ciclos de carregamento. Tendo como base o valor médio de tensão, conforme figura 4.1, esta é designada alternada pura ou simétrica (no caso do valor médio igual a zero), repetidas (sendo um dos valores mínimo ou máximo igual a zero), e flutuantes ou onduladas (com todos os valores não nulos). Na figura 4.1, R é a razão da tensão mínima pela tensão máxima.



**Figura 4.1**– Ciclos de carregamento (Fonte: LAGE, 2008).

Para solicitações cíclicas de tensão ou deformação, a simbologia está representada na figura 4.2 e na tabela 4.1, onde  $\sigma_{m\acute{a}x}$  e  $\sigma_{m\acute{i}n.}$  são, respectivamente, as tensões máximas e mínimas do ciclo de tensões.



**Figura 4.2**– Terminologia usada em carregamentos com amplitude constante (Fonte: LAGE, 2008).

**Tabela 4.1** – Fatores que influenciam na fadiga (Fonte: LAGE, 2008).

|                                            | <b>Tensão</b>                                                       | <b>Deformação</b>                                                                  |
|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tensão ou Deformação Média</b>          | $\sigma_m = \left( \frac{\sigma_{máx.} + \sigma_{mín.}}{2} \right)$ | $\varepsilon_m = \left( \frac{\varepsilon_{máx.} + \varepsilon_{mín.}}{2} \right)$ |
| <b>Amplitude de tensão ou deformação</b>   | $\sigma_a = \left( \frac{\sigma_{máx.} - \sigma_{mín.}}{2} \right)$ | $\varepsilon_a = \left( \frac{\varepsilon_{máx.} - \varepsilon_{mín.}}{2} \right)$ |
| <b>Intervalo de tensão ou deformação</b>   | $\Delta\sigma = \sigma_{máx.} - \sigma_{mín.}$                      | $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{máx.} - \varepsilon_{mín.}$                      |
| <b>Razão média de tensão ou deformação</b> | $R = \frac{\sigma_{mín.}}{\sigma_{máx.}}$                           | $R = \frac{\varepsilon_{mín.}}{\varepsilon_{máx.}}$                                |

#### 4.2. CARREGAMENTOS COM AMPLITUDE VARIÁVEL

Em alguns tipos de estruturas, os espectros de carga a que as mesmas estão sujeitas em serviço não são em geral simples, podendo as cargas de serviço variar de um modo mais ou menos aleatório conforme apresentado na figura 4.3, não sendo possível utilizar diretamente as curvas S-N. Assim, para que se possa empregar essa metodologia para um espectro de carga de amplitude variável, é necessário utilizar um método de contagem de ciclos que permita distinguir eventos discretos dentro do espectro de carga, e a aplicação de uma regra de acúmulo de danos para determinação da vida em fadiga, descritos a seguir.



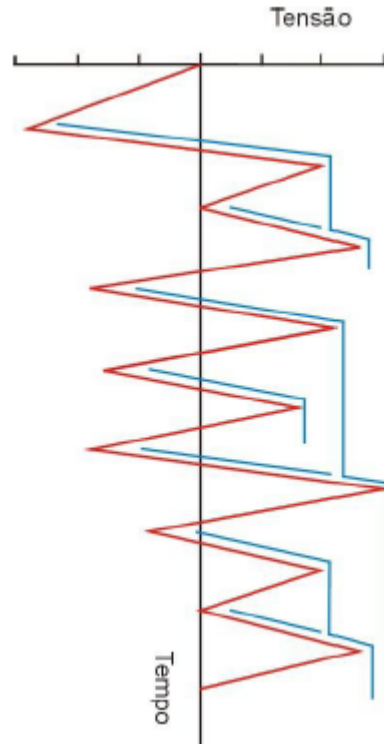
**Figura 4.3–** Carregamento com amplitude variável (Fonte: LAGE, 2008).

#### 4.3. MÉTODOS DE CONTAGEM DE CICLOS

Em carregamentos complexos, com cargas media variáveis, a identificação dos ciclos é uma tarefa difícil e também, pela falta de um critério, não se sabe com certeza quais ciclos devem ser considerados e definidos para o emprego da regra de Palmgren-Miner.

Para resolver esse problema, métodos de contagem de ciclos são geralmente empregados para reduzir a história do carregamento em uma série de eventos discretos. Dentre os vários métodos propostos na literatura, o mais utilizado é o denominado *Rainflow cycle counting*. Foi originalmente desenvolvido por Matsuishi e Tatsuo Endo no Japão em 1968. Por meio desse é possível determinar o número  $n$  e a grandeza  $S_i$  das variações de tensão de um espectro real. O registro de tensões é representado na posição vertical, com o sentido do eixo do tempo orientado para baixo, conforme Figura 4.4. Assim, este método recebe este nome, pois se faz uma analogia do gráfico com a queda de uma gota de chuva ao longo de uma série de telhados.

Um estudo mais aprofundado sobre os métodos de contagem de ciclos *Rainflow* pode ser encontrado em (LEE, 2001) e (MOREIRA, 2010).

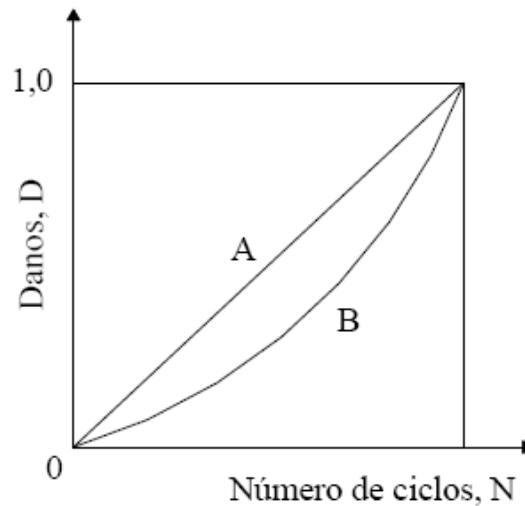


**Figura 4.4** – Método Rainflow (Fonte: LAGE (2008)).

#### 4.4. DANOS POR FADIGA

Quando um corpo de prova é sujeito a um número de ciclos de solicitações inferior ao número necessário para causar a ruptura para essa solicitação, é intuitivo que embora não tenha fraturado, sofreu um dano. Pode-se questionar qual o número de ciclos de outra solicitação a que o corpo de prova poderia ainda resistir. Este número é certamente menor que a vida à fadiga para essa solicitação, pois o corpo de prova já se encontra danificado. Os danos por fadiga vão se acumulando até ocorrer a sua ruptura.

O processo de deterioração de um material por fadiga é representado esquematicamente na figura 4.5, sendo que o dano por fadiga ( $D$ ) é nulo para o material no estado inicial e igual à unidade para a ruptura completa, e podendo variar em uma forma linear ou não linear ao longo da vida do material.



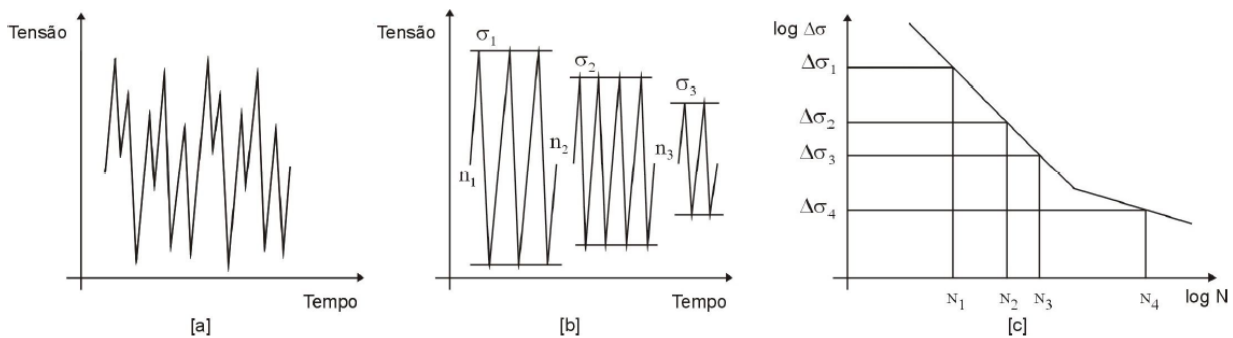
**Figura 4.5**– Representação esquemática dos danos de fadiga no decurso de um ensaio de fadiga, (Fonte: LAGE, 2008).

Os danos por fadiga podem ocorrer sob cargas de amplitude de tensões constante ou variável. Várias teorias de danos acumulados tem sido propostas para avaliar a vida em condições de fadiga de um material. A mais simples delas e a de maior utilização foi proposta por *Palmgren* em 1924 e *Miner* em 1945, conhecida como a regra de *Palmgren-Miner* ou simplesmente regra de *Miner*. Apresenta vantagem por ser consistente com os princípios da mecânica da fratura, aplicados na propagação de trincas de fadiga sob tensões de amplitude variável.

*Miner* considerou que o fenômeno dos danos acumulados, ou seja, a deterioração da resistência é proporcional à energia absorvida pelo material. O parâmetro que define isso é a razão de ciclos  $n_i/N_i$ . Por exemplo, seja o carregamento aleatório da Figura 4.6 (a). Inicialmente se faz a decomposição do espectro de carga de amplitude variável numa série de espectros parciais (blocos) de amplitude constante, ilustrado na Figura 4.6 (b) como  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , aplicados durante  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  ciclos respectivamente. Para tensão  $\sigma_1$  têm-se um limite de resistência a fadiga de  $N_1$  ciclos como ilustrado na Figura 4.6 (c). Assim, devido à aplicação deste carregamento, a vida total do material foi reduzida por uma fração  $n_1/N_1$ . O dano total (D) ocorrido para os m-níveis de tensão é então expresso por:

$$D = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} \quad (\text{Equação 4.1})$$

Onde  $n_i$  é o número de ciclos aplicados no i-ésimo nível de tensão;  $N_i$  é a vida em fadiga do i-ésimo nível de tensão e corresponde ao número de ciclos até a falha nesse nível. Assim, fica claro que a falha por fadiga corresponde a  $D=1$ .



**Figura 4.6–** Regra de Palmgren-Miner. (a) carregamento aleatório. (b) histórico do carregamento reduzido. (c) ciclos para falha (curva S-N). Adaptado de Wei Lu, 2003 (Fonte: LAGE (2008)).

A regra de Palmgren-Miner pode não representar a realidade principalmente quando o nível de amplitude for muito alto ou muito baixo, necessitando recorrer nesses casos à alguma teoria que leve em consideração o dano cumulativo não-linear. Maiores informações sobre essas teorias podem ser encontradas em Collins 1993 *apud* por Lage 2008. Além disso, pode ser tratar de um processo linear, não leva em consideração o histórico de cargas. Apesar dessas limitações, esta regra ainda é muito utilizada devida sua praticidade de aplicação e a falta de uma investigação mais profunda do assunto.

## 5 VERIFICAÇÃO À FADIGA DE ALGUMAS NORMAS VIGENTES

As prescrições para a verificação à fadiga de estruturas de concreto armado, nos diferentes códigos, seguem linhas semelhantes, contemplando o comportamento dos materiais componentes, como mostrado nos itens seguintes.

## 5.1. CRITÉRIOS DA NORMA BRASILEIRA NBR 6118:2003

A NBR 6118:2003 recomenda que quando a estrutura, pelas suas condições de uso, está submetida a ações cíclicas, deve ser considerada a possibilidade de fadiga no dimensionamento dos elementos estruturais. Alerta que ações dinâmicas podem provocar estados limites de serviço e de ruptura por vibrações excessivas ou por fadiga dos materiais. A seguir estão apresentados os itens das prescrições da norma.

### a) Estado Limite de Vibrações Excessivas

Para assegurar comportamento satisfatório da estrutura, a norma prescreve que a frequência natural da estrutura pode ser controlada pela alteração da rigidez da estrutura ou da massa em vibração, sendo estabelecido que:

$$f_n > 1,2 \cdot f_{crit} \quad (\text{Equação 5.1})$$

Onde:  $f_n$  - frequência própria ou natural da estrutura;

$f_{crit}$  - frequência crítica dependente da destinação da estrutura.

A frequência crítica, quando devida à vibração de equipamentos, é tomada como frequência de operação da máquina. Nos demais casos, os valores são determinados experimentalmente ou podem ser adotados os valores estimados indicados na norma e transcritos na Tabela 5.1.

**Tabela 5.1** – Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas (NBR 6118:2003)

| Caso                                             | $f_{crit} (Hz)$ |
|--------------------------------------------------|-----------------|
| Ginásio de esportes                              | 8,0             |
| Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas | 7,0             |
| Escritórios                                      | 3,0 a 4,0       |
| Salas de concerto com cadeiras fixas             | 3,4             |
| Passarelas de pedestres ou ciclistas             | 1,6 a 4,5       |

b) Estado Limite de Serviço em fadiga

A norma considera que as ações cíclicas podem afetar significativamente o comportamento da estrutura em serviço, principalmente em relação ao aparecimento e crescimento de fissuras. Indica, ainda, que as mesmas influenciam, também, de forma progressiva a deformação, somando-se aquelas devido à fluência. O valor da deformação decorrente da fadiga pode ser estimado, segundo a norma, através da expressão mostra na equação 5.2.

$$a_n = a_1 \left[ 1,5 - 0,5 \cdot \exp(-0,05 \cdot n^{0,25}) \right] \quad (\text{Equação 5.2})$$

Onde:  $a_n$  - deformação no enésimo ciclo devido à carga máxima;

$a_1$  - deformação no primeiro ciclo devido à carga máxima;

$n$  - número de ciclos.

c) Estado Limite Último (ou de Ruptura) em fadiga

A NBR 6118:2003 trata das ações de fadiga de média e de baixa intensidade, com número de ciclos entre 20.000 e 2.000.000. Sendo que para o caso de pontes rodoviárias e ferroviárias, exclui o espectro das ações provocadas por veículos com carga total até 30 kN. A mesma considera válida a regra de Palmgren-Miner, prescrevendo que o valor de D, razão do dano acumulado

linearmente com o número de ciclos aplicado a certo nível de tensões, não deverá ter valor maior do que 1.

Prescreve, também, que a verificação da fadiga pode ser feita considerando um único nível de solicitação, dada pela expressão da equação 5.3:

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + \Psi_1 \cdot F_{qik} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} \cdot F_{qik} \quad (\text{Equação 5.3})$$

Onde:  $\Psi_1$  - fator de redução combinação freqüente no ELS (Estado Limite de Serviço);

$\Psi_2$  - fator de redução quase permanente para ELS;

$F_d$  - valor de cálculo das ações para combinação última;

$F_{gk}$  - ações permanentes diretas;

$F_{qk}$  - ações variáveis diretas.

Sendo os valores  $\Psi_1$  indicados na tabela 5.2.

**Tabela 5.2** – Valores de  $\Psi_1$  (NBR 6118:2003)

| Tipo de Ponte | Elemento      | $\Psi_1$ |
|---------------|---------------|----------|
| Rodoviária    | Vigas         | 0,5      |
|               | Transversinas | 0,7      |
|               | Lajes         | 0,8      |
| Ferroviária   | -             | 1,0      |
| Rolantes      | Vigas         | 1,0      |

Outros valores de  $\Psi_1$  são apresentados na NBR 8681: 2003. Esta norma faz as seguintes considerações, para a verificação da fadiga:

- Esforços solicitantes podem ser calculados em regime elástico;

- Cálculo dos esforços solicitantes e verificações das tensões podem ser feitos com o modelo linear elástico, com relação entre módulos de elasticidade do concreto e do aço igual a 10;
- Tensões decorrentes da flexão composta podem ser calculadas no estágio II;
- Tensões decorrentes da força cortante em vigas devem ser calculadas de acordo com os modelos I ou II prescritos nesta mesma norma, com redução da contribuição do concreto:
  - a) Modelo I – com a parcela da força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo de treliça ( $V_c$ ) multiplicado por 0,5;
  - b) Modelo II – com a inclinação das diagonais de compressão ( $\theta$ ), corrigida pela expressão:

$$\tan \theta_{corr} = \sqrt{\tan \theta} \leq 1,0 \quad (\text{Equação 5.4})$$

- Os coeficientes de ponderação das ações ( $\gamma_f$ ) e das resistências do concreto ( $\gamma_c$ ) e do aço ( $\gamma_s$ ) devem ser adotados iguais aos valores:  
 $\gamma_f = 1,0$ ;  $\gamma_c = 1,4$ ;  $\gamma_s = 1,0$ .
- Tensões no aço das armaduras passivas ou ativas podem ser calculadas no modelo elástico linear, compatibilizando as deformações e corrigindo a tensão com um fator  $\eta_s$ , obtido na expressão da equação 5.5, para contemplar a diferença de aderência.

$$\eta_s = \frac{1 + \frac{A_p}{A_s}}{1 + \frac{A_p}{A_s} \cdot \sqrt{\xi \cdot \frac{\sigma_s}{\sigma_p}}} \quad (\text{Equação 5.5})$$

Onde:  $A_s$  - área da armadura passiva;

$A_p$  - área da armadura ativa;

$\phi_s$  - menor diâmetro do aço da armadura passiva na seção considerada;

$\phi_p$  - diâmetro do aço de protensão;

$\xi$  - relação entre as resistências de aderência do aço de protensão e do aço da armadura passiva.

Com base nessas considerações, podem ser feitas as verificações do concreto e do aço. Lembrando que neste trabalho só foram utilizadas as recomendações para o aço. Mas a seguir são mostradas as verificações do concreto e do aço, de acordo com a NBR 6118:2003.

#### I) Verificação do concreto em compressão

$$\eta_c \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{c,max} \leq f_{cd,fad} \quad (\text{Equação 5.6})$$

Onde:

$f_{cd,fad}$  - resistência de cálculo à compressão do concreto em fadiga, obtida pela expressão da equação 5.7:

$$f_{cd,fad} = 0,45 \cdot f_{cd} \quad (\text{Equação 5.7})$$

$\eta_c$  - fator que considera o gradiente de tensões de compressão no concreto, obtido pela expressão da equação 5.8:

$$\eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5 \left( \frac{|\sigma_{c1}|}{|\sigma_{c2}|} \right)} \quad (\text{Equação 5.8})$$

Com os seguintes significados:

$|\sigma_{c1}|$  - é o menor valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 30 cm da face sob a combinação relevante de cargas;

$|\sigma_{c2}|$  - é o maior valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 30 cm da face sob a combinação relevante de cargas;

## II) Verificação do concreto em tração:

A verificação da fadiga do concreto em tração é satisfeita se:

$$\gamma_f \cdot \sigma_{ct,max} \leq f_{ctd,fad} \quad (\text{Equação 5.9})$$

Sendo:

$f_{ctd,fad}$  - resistência de cálculo à tração do concreto em fadiga, obtida pela expressão da equação 5.10:

$$f_{ctd,fad} = 0,30 \cdot f_{ctd,inf} \quad (\text{Equação 5.10})$$

$f_{ctd,inf}$  - resistência de cálculo à tração do concreto inferior;

## III) Verificação da armadura:

A verificação da armadura à fadiga é satisfeita se a máxima variação de tensão calculada ( $\Delta\sigma_s$ ), para a combinação frequente de cargas satisfaça:

$$\gamma_f \cdot \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad} \quad (\text{Equação 5.11})$$

Sendo:

$\Delta f_{sd, fad}$  - variação da tensão do aço em fadiga, dependente do tipo de aço, do diâmetro das barras, da existência de dobras e do ambiente em que se encontra a estrutura, onde os valores são dados na tabela 23.2 da NBR 6118:2003.

## 5.2. CRITÉRIOS DO CEB-FIP MODEL CODE 1990

O CEB-FIP Model Code 1990 apresenta três situações para a verificação de estruturas de concreto armado solicitadas à fadiga, apresentadas a seguir.

### I) Processo Simplificado

O processo simplificado pode ser aplicado a estruturas submetidas a carregamentos com um número limitado de ciclos ( $< 10^8$ ). Neste caso, a tensão no aço pode ser determinada pela expressão:

$$\gamma_{sd} \cdot \max \Delta \sigma_{st} \leq \frac{\Delta \sigma_{Rsd}}{\gamma_{sfad}} \quad (\text{Equação 5.12})$$

Onde:

$\max \Delta \sigma_{st}$  - Máxima variação de tensão no aço;

$\gamma_{sfad}$  - fator de segurança do aço à fadiga, de acordo com o CEB-FIP 1990, igual a 1,15;

$\Delta \sigma_{Rsd}$  - Resistência característica do aço à fadiga.

As tensões no concreto podem ser determinadas pelas expressões das equações 26 e 27 quando em compressão e tração respectivamente.

$$\gamma_{sd} \cdot \sigma_{cmax} \cdot \eta_c \leq 0,45 \cdot f_{cd, fad} \quad (\text{Equação 5.13})$$

$$\gamma_{sd} \cdot \sigma_{ctmax} \cdot \eta_c \leq 0,33 \cdot f_{ctd, fad} \quad (\text{Equação 5.14})$$

Sendo:  $\sigma_{max}$  - máxima tensão de compressão no concreto;

$\sigma_{ctmax}$  - máxima tensão de tração no concreto;

$f_{cd, fad}$  - igual ao  $f_{ck}$  dividido pelo coeficiente de ponderação do concreto à fadiga;

$f_{ctd, fad}$  - igual ao  $f_{ctk}$  dividido pelo coeficiente de ponderação do concreto à fadiga;

$\eta_c$  - dado pela expressão da equação 5.15:

$$\eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5 \left( \frac{|\sigma_{c1}|}{|\sigma_{c2}|} \right)} \quad (\text{Equação 5.15})$$

Sendo:

$|\sigma_{c1}|$  - Menor valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância < 300 mm da face, sob combinação relevante de carga;

$|\sigma_{c2}|$  - Maior valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância < 300 mm da face, sob combinação relevante de carga para  $|\sigma_{c1}|$ .

## II) Verificação por uma Ação Equivalente

Nesta verificação proposta pelo CEB-FIP Model Code 1990, toda ação da estrutura deve ser substituída por um número equivalente de ciclos de amplitude constante. O dimensionamento é feito considerando a vida útil, estimando o número de repetições da ação.

Para o aço, tem-se:

$$\gamma_{sd} \cdot \max \Delta \sigma_{st} \leq \frac{\Delta \sigma_{Rsk}(n)}{\gamma_{sfad}} \quad (\text{Equação 5.16})$$

Onde:

$\Delta\sigma_{Rsk}(n)$  - Resistência característica do aço à fadiga para  $n$  ciclos de carregamento, valor obtido da curva S-N;

$n$  - número de ciclos previstos para uma vida útil de projeto;

Para o concreto, deve ser satisfeita a condição:

$$n \leq N \quad (\text{Equação 5.17})$$

Sendo:

$N$  - Número admissível de repetições.

### III) Verificação do Dano

Segundo o CEB-FIP Model Code 1990 em seu terceiro processo de verificação prescreve que:

$$D \leq D_{\lim} \quad (\text{Equação 5.18})$$

Sendo:

$D_{\lim}$  - Dano total admitido na estrutura, igual a 1 para dano de 100% no material;

$D$  - Dano causado no material por causa do processo de fadiga, calculado a partir do modelo de *Palmgren-Miner* determinado pela expressão da equação 5.19:

$$D = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{N_i} \quad (\text{Equação 5.19})$$

Sendo:

$j$  - número de intensidades de carregamentos;

$n$  - Número de solicitações de uma determinada variação de tensão  $i$ , para o aço ou de uma certa intensidade de tensão  $i$ , para o concreto;

$N$  - Número admissível de ciclos para a intensidade da solicitação  $i$ .

### 5.3. COMPARAÇÃO ENTRE NBR 6118:2003 E CEB-FIP MODEL CODE 1990

Tanto a norma brasileira NBR 6118, quanto o CEB-FIP Model Code 1990, consideram válida a regra de *Palmgren-Miner*, prescrevendo para valor limite D, razão do dano acumulado linearmente com o número de ciclos aplicado a certo nível de tensões, igual a 1.

A seguir está apresentado, na tabela 5.3, um quadro comparativo entre os valores para a verificação da fadiga em estruturas de concreto armado prescritos pela NBR 6118:2003 e pelo CEB-FIP Model Code 1990. Analisando o mesmo percebe-se que existe um nítido alinhamento entre os dois códigos quanto ao encaminhamento das verificações e quanto aos critérios a serem adotados.

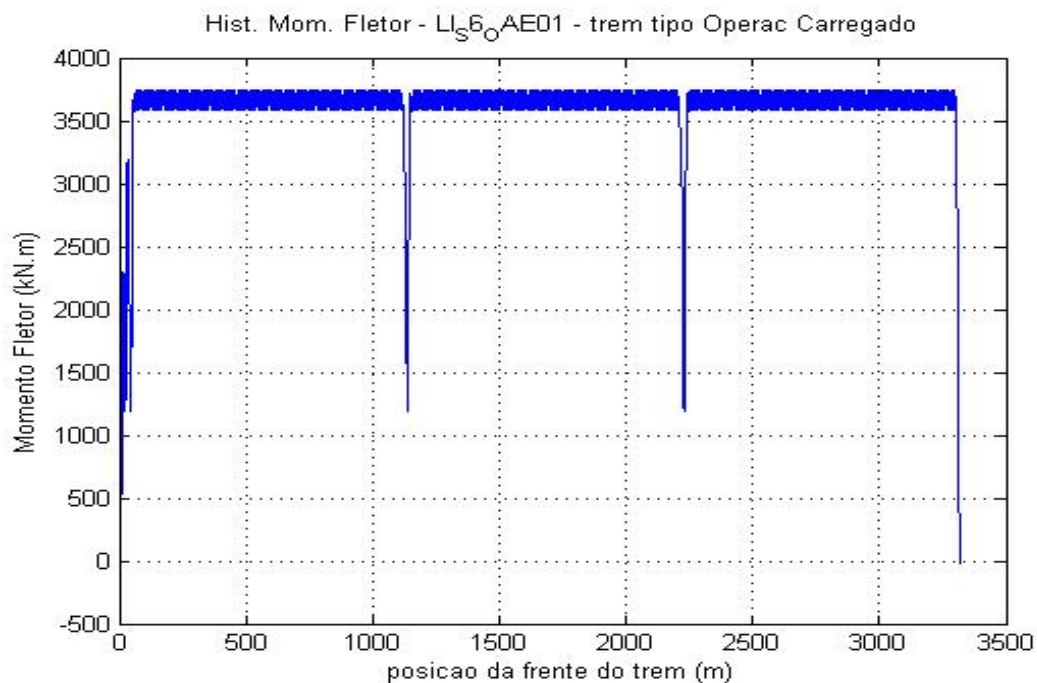
**Tabela 5.3** – Quadro comparativo para limites de Fadiga da NBR 6118 e CEB-FIP 1990 (Fonte: Baroni 2010).

| Verificação           | NBR 6118:2003                                                                                 | CEB-FIP<br>Método Simplificado                                                                                             | CEB-FIP<br>Por ação Equivalente                                                               |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Concreto à compressão | $\eta_c \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{c,max} \leq f_{cd,fad}$ $f_{cd,fad} = 0,45 \cdot f_{cd}$ | $\gamma_{Sd} \cdot \sigma_{cmax} \cdot \eta_c \leq 0,45 \cdot f_{cd,fad}$ $f_{cd,fad} = \frac{f_{ck}}{\gamma_{c,fad}}$     | $n \leq N$                                                                                    |
| Concreto à Tração     | $\gamma_f \cdot \sigma_{ct,max} \leq f_{ctd,fad}$ $f_{ctd,fad} = 0,30 \cdot f_{ctd,inf}$      | $\gamma_{Sd} \cdot \sigma_{ctmax} \cdot \eta_c \leq 0,33 \cdot f_{ctd,fad}$ $f_{ctd,fad} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_{c,fad}}$ | $n \leq N$                                                                                    |
| Aço                   | $\gamma_f \cdot \Delta \sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad}$                                       | $\gamma_{Sd} \cdot \max \Delta \sigma_{St} \leq \frac{\Delta \sigma_{Rsk}}{\gamma_{sfad}}$                                 | $\gamma_{Sd} \cdot \max \Delta \sigma_{St} \leq \frac{\Delta \sigma_{Rsk}(n)}{\gamma_{sfad}}$ |

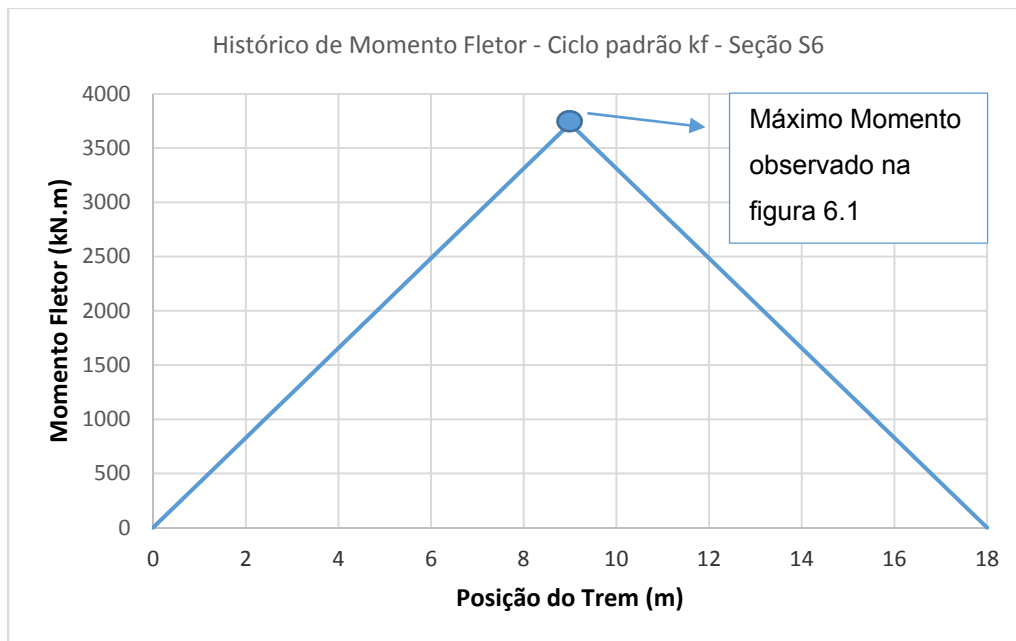
## 6 METODOLOGIA EMPREGADA

A metodologia utilizada neste trabalho foi baseada no método simplificado, coeficiente de fadiga  $k_f$ .

Busca-se, a partir da análise de danos por contagem de ciclos de pontes ferroviária utilizando o método *Rainflow*, uma relação entre os danos efetivos, relativos à fadiga, produzidos pela passagem completa de um trem (ver figura 6.1), e um ciclo padrão, obtido a partir da variação entre máximo e mínimo global produzidos pela passagem do mesmo trem, utilizado pelo método  $k_f$ , conforme figura 6.2.



**Figura 6.1** – Variação de Momento Fletor devido a passagem do Trem tipo Operacional Carregado, na seção S6 da OAE 01. (Fonte: Barichello *et al.*, 2009)



**Figura 6.2** – Variação de Momento Fletor devido a 1 ciclo padrão (método kf) do Trem tipo Operacional Carregado, na seção S6 da OAE 01.

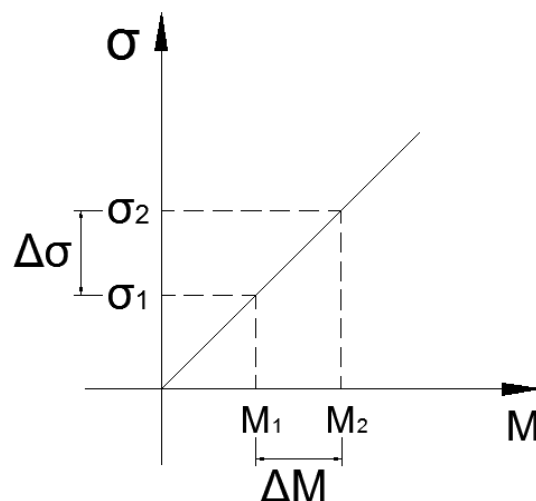
Verifica-se também através da análise do dano, um parâmetro que corresponda a 1 ciclo operacional, isto é, a passagem do trem de ida e volta sobre a ponte.

Estuda-se ainda a validade das hipóteses simplificadoras nas quais se baseia o método simplificado kf.

O presente capítulo se inicia com a apresentação e análise dessas hipóteses simplificadoras estudadas, o qual usa duas hipóteses para o dimensionamento à fadiga em pontes de concreto armado, as quais serão mostradas a seguir.

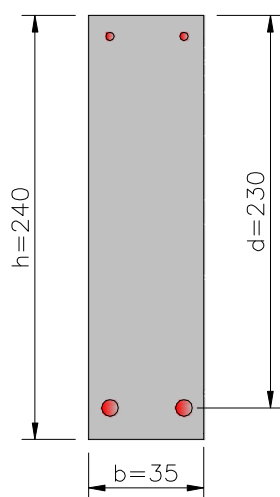
### 6.1. 1ª HIPÓTESE

A primeira hipótese afirma que a variação de tensão ( $\Delta\sigma$ ) é linearmente proporcional a variação de momento ( $\Delta M$ ), apresentando assim um comportamento linear, conforme mostra a figura 6.3.



**Figura 6.3** – Hipótese I – Método Simplificado.

Para analisar essa primeira hipótese foi feito um estudo em uma seção retangular, com os seguintes dados:  $b=35\text{cm}$ ,  $h=240\text{cm}$ ,  $f_{ck}=18\text{MPa}$  e aço CA-50, sendo que as propriedades geométricas e materiais adotados, são semelhantes da seção transversal da longarina da ponte a ser analisada no próximo capítulo. Foi utilizada uma armadura superior, porta estribos, apenas para a determinação das tensões no aço ao longo da altura da seção, conforme ilustra a figura 6.4.



**Figura 6.4** – Seção retangular, dimensões em cm.

Na seção em estudo foram aplicados momentos fletores associados aos domínios 2 e 3, bem como os momentos associados aos limites entre o domínio 2/3 e os domínio 3/4. Desta forma, foram desenvolvidos um total de 4 exemplos.

Justifica-se a utilização apenas dos domínios 2 e 3 na análise, por serem esses domínios utilizados na maioria dos dimensionamentos de vigas. A tabela 6.1 mostra os valores dos momentos utilizados para cada exemplo.

**Tabela 6.1** – Valores iniciais de momentos fletores utilizados em cada exemplo.

|                    | Domínios de Dimensionamento NBR 6118 | Momento Fletor (kN.m) | As (cm <sup>2</sup> ) |
|--------------------|--------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Exemplo I</b>   | 2                                    | 1600                  | 23.8                  |
| <b>Exemplo II</b>  | 2/3                                  | 2693.5                | 42.08                 |
| <b>Exemplo III</b> | 3                                    | 3000                  | 47.6                  |
| <b>Exemplo IV</b>  | 3/4                                  | 5437                  | 101.41                |

O processo iniciou-se com o cálculo das armaduras, por meio do programa TQS®, para cada um dos momentos fletores apresentados na tabela 6.1.

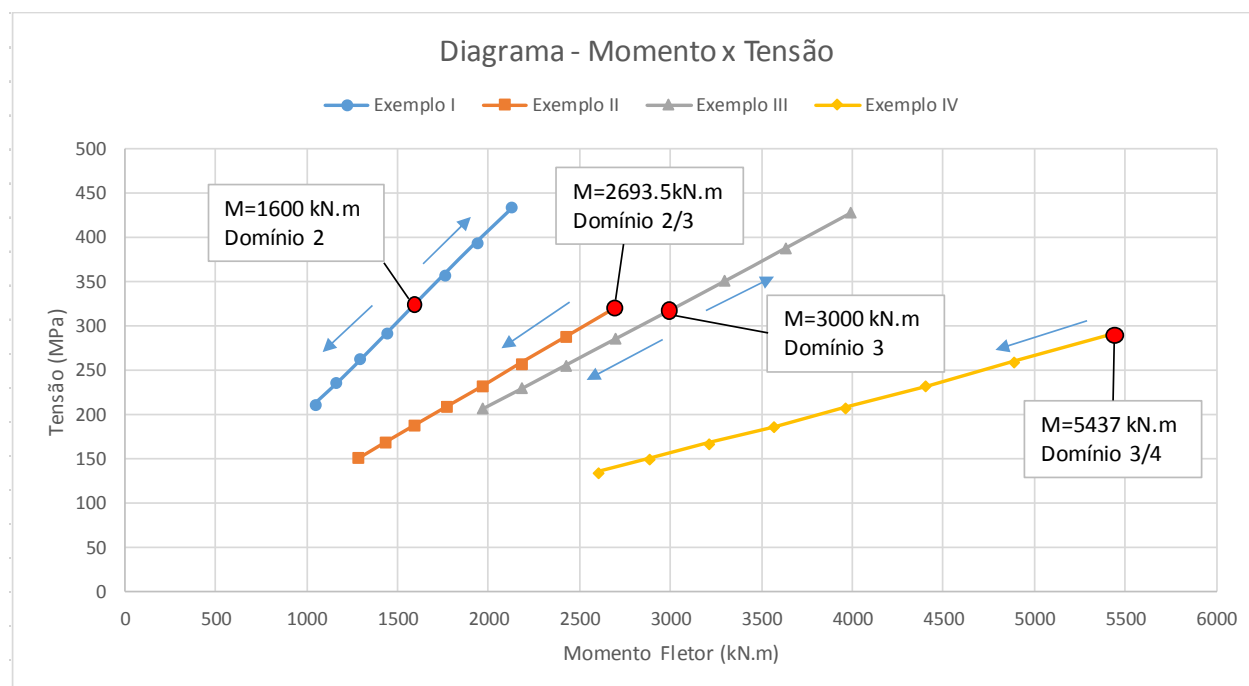
Em seguida, foi mantido a área de aço constante e incrementou-se os valores de momentos fletores, na ordem de 10%, para cada um dos exemplos estudados.

Para o cálculo das tensões correspondentes a cada par de parâmetros momento/armadura, utilizou-se uma rotina elaborada no programa MathCad, que leva em consideração as relações constitutivas não-lineares do aço e do concreto de acordo com a NBR 6118 (2003), a qual encontra-se no Anexo A. Na tabela 6.3 são apresentados os resultados obtidos em cada exemplo.

**Tabela 6.2** – Valores obtidos em cada exemplo para a 1ª hipótese.

| Exemplo I             |                |              | Exemplo II            |                |              | Exemplo III           |                |              | Exemplo IV            |                |              |
|-----------------------|----------------|--------------|-----------------------|----------------|--------------|-----------------------|----------------|--------------|-----------------------|----------------|--------------|
| As (cm <sup>2</sup> ) | Momento (kN.m) | Tensão (MPa) | As (cm <sup>2</sup> ) | Momento (kN.m) | Tensão (MPa) | As (cm <sup>2</sup> ) | Momento (kN.m) | Tensão (MPa) | As (cm <sup>2</sup> ) | Momento (kN.m) | Tensão (MPa) |
| 23.8                  | 1049.76        | 212.67       | 42.08                 | 1288.29        | 151.92       | 47.6                  | 1968.30        | 207.42       | 101.41                | 2600.5         | 135.21       |
| 23.8                  | 1166.40        | 236.45       | 42.08                 | 1431.44        | 168.95       | 47.6                  | 2187.00        | 230.80       | 101.41                | 2889.445       | 150.54       |
| 23.8                  | 1296.00        | 262.91       | 42.08                 | 1590.48        | 187.89       | 47.6                  | 2430.00        | 256.88       | 101.41                | 3210.494       | 167.68       |
| 23.8                  | 1440.00        | 292.38       | 42.08                 | 1767.21        | 209.00       | 47.6                  | 2700.00        | 286.00       | 101.41                | 3567.216       | 186.85       |
| 23.8                  | 1600.00        | 325.2        | 42.08                 | 1963.56        | 232.51       | 47.6                  | 3000.00        | 318.56       | 101.41                | 3963.573       | 208.36       |
| 23.8                  | 1760.00        | 358.09       | 42.08                 | 2181.74        | 258.72       | 47.6                  | 3300.00        | 351.35       | 101.41                | 4403.97        | 232.55       |
| 23.8                  | 1936.00        | 394.37       | 42.08                 | 2424.15        | 287.97       | 47.6                  | 3630.00        | 387.75       | 101.41                | 4893.3         | 259.9        |
| 23.8                  | 2129.60        | 434.4        | 42.08                 | 2693.50        | 320.63       | 47.6                  | 3993.00        | 428.27       | 101.41                | 5437           | 291.08       |

Os valores da tensão na armadura e momento fletor apresentados na tabela 6.2, estão mostrados graficamente na figura 6.5.



**Figura 6.5** – Diagrama do momento fletor em relação a tensão no aço.

Da figura 6.5, verificou-se um comportamento praticamente linear entre o momento fletor e a tensão na armadura.

Contudo as curvas de fadiga S-N são extremamente sensíveis à variações de tensões. Pequenas variações de tensão (de 0,6 a 1,8 MPa) na curva S-N podem causar uma diferença de 20 a 50 anos na determinação da vida útil a fadiga em vigas de pontes ferroviárias da EFC.

Desta forma, optou-se, a favor da segurança, em adotar um fator de ajuste ( $FC$ ) na relação entre  $\Delta\sigma$  e  $\Delta M$  no valor de 1.04, correspondente ao exemplo IV que apresentou a maior variação observada, ou seja:

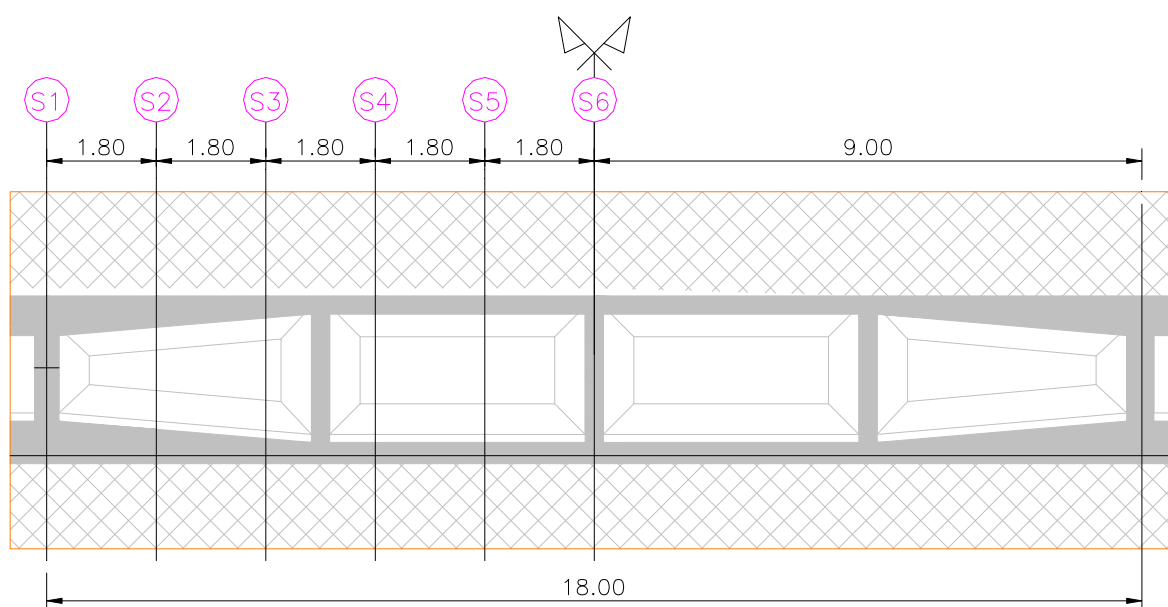
$$\Delta\sigma = 1,04 \cdot \Delta M \quad (\text{Equação 6.1})$$

A tabela 6.3 mostra a comparação feita entre as variações calculadas segundo o método simplificado e o método refinado, considerando a não linearidade física do concreto e do aço, aplicados a ponte OAE 01. Nesta tabela, é

possível avaliar de forma quantitativa o fator de correção (FC) proposto. A figura 6.6 mostra a posição das seções analisadas para a OAE 01.

**Tabela 6.3** – Comparação entre a variação de tensão aproximada e a variação de tensão refinada para ponte OAE 01 da EFC.

| Seção | $\Delta\sigma_{apr}$ kf<br>(MPa) | $\Delta\sigma_{ref}$<br>(MPa) | $\Delta\sigma_{ref} / \Delta\sigma_{apr}$ |
|-------|----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------------|
| 1     | -                                | -                             | -                                         |
| 2     | 174.06                           | 181.05                        | 1.0401                                    |
| 3     | 176.71                           | 183.72                        | 1.0397                                    |
| 4     | 187.52                           | 194.55                        | 1.0375                                    |
| 5     | 186.12                           | 192.91                        | 1.0365                                    |
| 6     | 182.99                           | 189.60                        | 1.0361                                    |



**Figura 6.6** – Posição das seções analisadas para a OAE 01.

Com base nas análises apresentadas, o coeficiente de fadiga (kf) pode ser melhor calculado a partir da equação 6.2, na qual o fator  $FC_{kf}$  foi incorporado.

$$kf_{mod} = \left( \frac{1 - M_{min}}{M_{max.}} \right) \times \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot \gamma_f} \times \frac{FC_{kf}}{\Delta\sigma_{lim}} \quad (\text{Equação 6.2})$$

Onde:

$M_{\min}$  - Momento mínimo na seção;

$M_{\max}$  - Momento máximo na seção;

$f_{yk}$  - tensão de escoamento do aço, igual a 500 MPa;

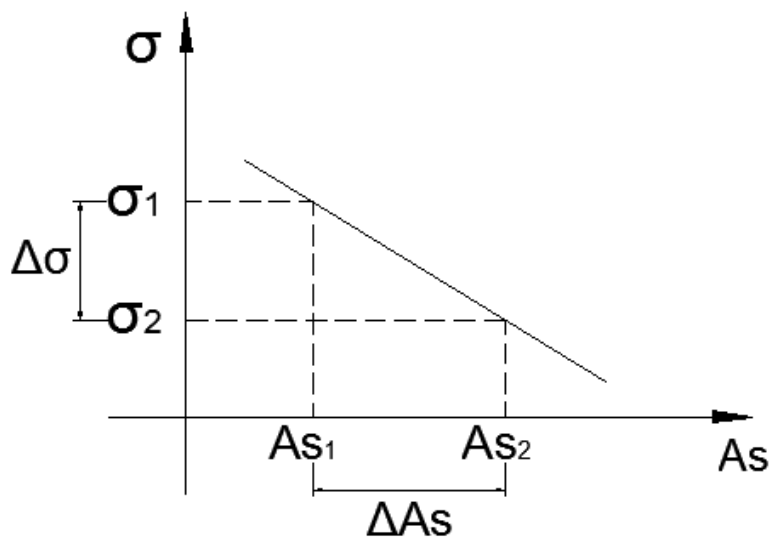
$\gamma_s$  - coeficiente de ponderação de resistência do aço, igual a 1,15;

$\gamma_f$  - coeficiente de ponderação de serviço, igual a 1,4;

$FC_{kf}$  - fator de correção entre as variações de tensões aproximada e refinada;

## 6.2. 2ª HIPÓTESE

A segunda hipótese do método simplificado considera que a variação de tensão ( $\Delta\sigma$ ) decresce linearmente quando há aumento da área de aço ( $A_s$ ). A figura 6.7 ilustra graficamente essa hipótese.



**Figura 6.7** – Hipótese 2ª – Método Simplificado.

Para avaliar a 2ª hipótese utilizou-se a mesma seção da 1ª hipótese. A tabela 6.4 mostra os momentos fletores e armaduras utilizadas como base.

**Tabela 6.4** – Valores adotados dos momentos fletores e áreas de aço para a 2ª hipótese.

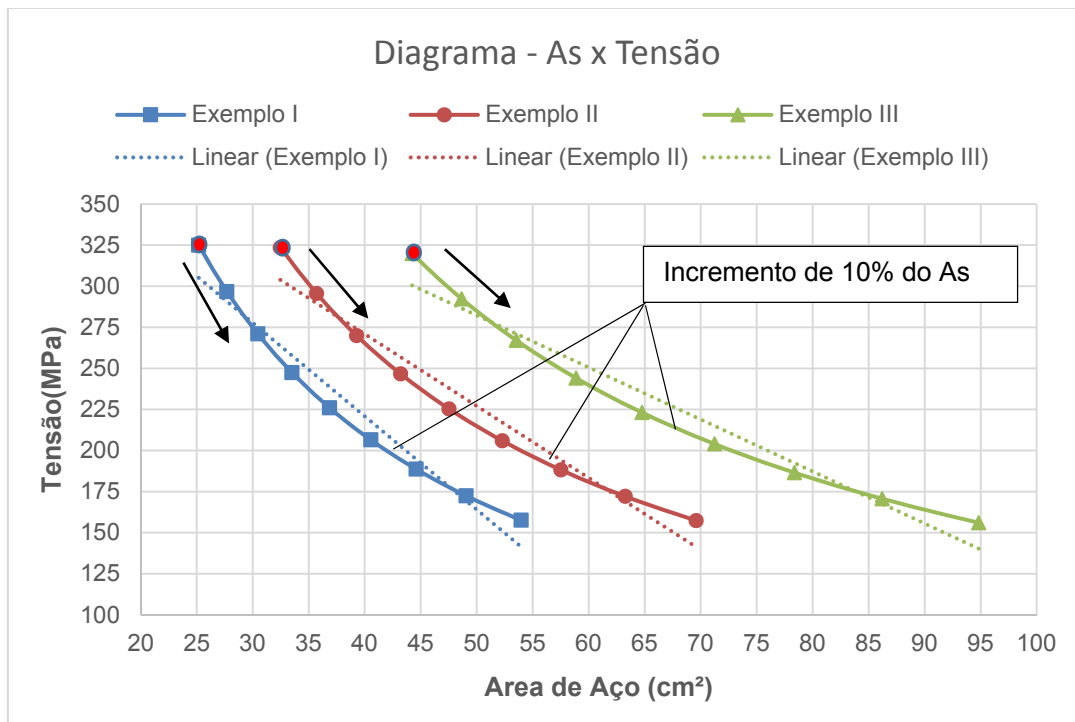
|                    | Domínios de Dimensionamento NBR 6118 | Momento Fletor (kN.m) | As (cm²) |
|--------------------|--------------------------------------|-----------------------|----------|
| <b>Exemplo I</b>   | 2                                    | 1686.35               | 25.18    |
| <b>Exemplo II</b>  | 2                                    | 2133.09               | 32.47    |
| <b>Exemplo III</b> | 3                                    | 2813.98               | 44.23    |

Nesta análise, os momentos fletores foram mantidos constante e as armaduras sofreram aumento gradual de 10% para que se pudesse então avaliar a redução de tensão gerada ao longo do processo. A tabela 6.5 apresenta os resultados obtidos em cada exemplo.

**Tabela 6.5** – Valores obtidos em cada exemplo para a 2ª hipótese.

| Exemplo I      |          |              | Exemplo II     |          |              | Exemplo III    |          |              |
|----------------|----------|--------------|----------------|----------|--------------|----------------|----------|--------------|
| Momento (kN.m) | As (cm²) | Tensão (MPa) | Momento (kN.m) | As (cm²) | Tensão (MPa) | Momento (kN.m) | As (cm²) | Tensão (MPa) |
| 1686.35        | 25.18    | 324.92       | 2133.09        | 32.47    | 323.47       | 2813.98        | 44.23    | 319.82       |
| 1686.35        | 27.70    | 296.67       | 2133.09        | 35.72    | 295.44       | 2813.98        | 48.65    | 292.24       |
| 1686.35        | 30.47    | 270.90       | 2133.09        | 39.29    | 269.86       | 2813.98        | 53.52    | 267.06       |
| 1686.35        | 33.51    | 247.40       | 2133.09        | 43.22    | 246.56       | 2813.98        | 58.87    | 244.10       |
| 1686.35        | 36.87    | 225.98       | 2133.09        | 47.54    | 225.30       | 2813.98        | 64.76    | 223.14       |
| 1686.35        | 40.55    | 206.44       | 2133.09        | 52.29    | 205.89       | 2813.98        | 71.23    | 204.01       |
| 1686.35        | 44.61    | 188.63       | 2133.09        | 57.52    | 188.20       | 2813.98        | 78.36    | 186.55       |
| 1686.35        | 49.07    | 172.37       | 2133.09        | 63.27    | 172.05       | 2813.98        | 86.19    | 170.61       |
| 1686.35        | 53.98    | 157.54       | 2133.09        | 69.60    | 157.30       | 2813.98        | 94.81    | 156.05       |

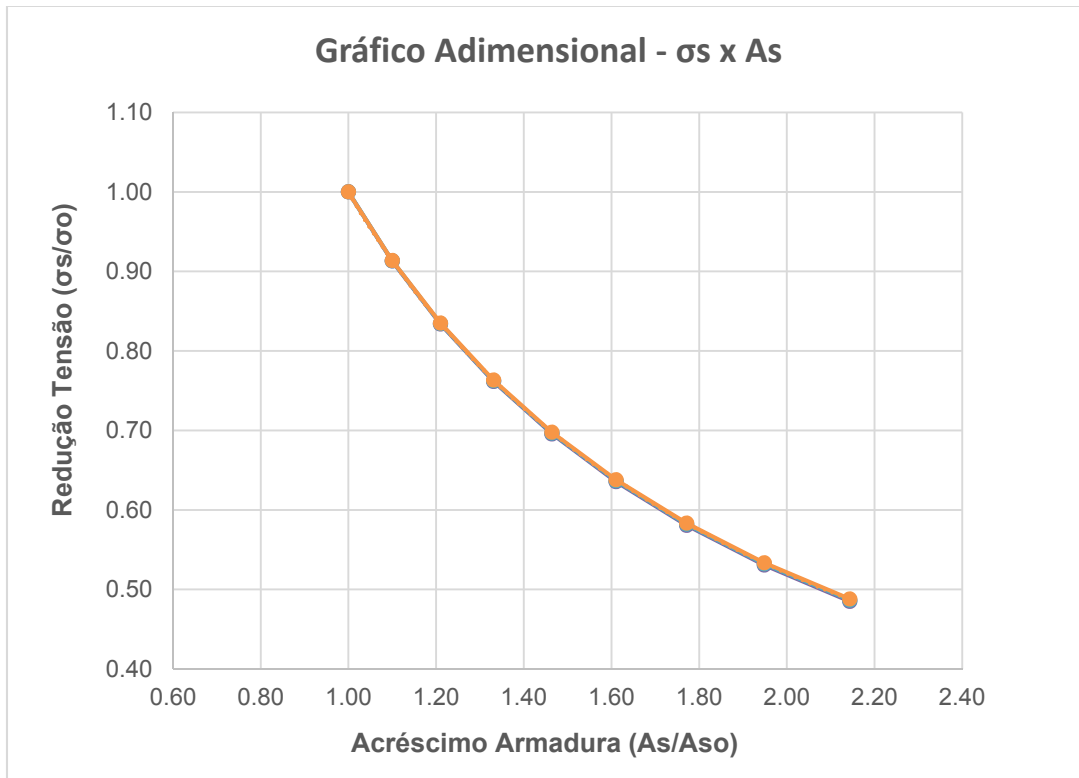
Os valores da tensão na armadura por área de aço (As) correspondentes da tabela 6.5, estão mostrados graficamente na figura 6.8.



**Figura 6.8** – Diagrama da área de aço em relação à tensão no aço.

Nota-se na figura 6.8 que o decréscimo de tensão não acompanha proporcionalmente o acréscimo de armadura. A relação entre a área de aço e a tensão não é linear, apresentando uma tendência hiperbólica.

Na figura 6.9, os gráficos da figura 6.8 são reconstruídos de forma adimensional no qual observa-se a sobreposição dos três exemplos. Nesta figura, as ordenadas (y) representam a relação entre a tensão e a tensão inicial ( $\sigma/\sigma_o$ ), enquanto as abscissas (x) representa a relação entre a área de aço e área de aço inicial ( $As/As_o$ ).



**Figura 6.9** – Gráfico Adimensional entre tensão e área de aço.

A equação 6.4 descreve o comportamento da área de aço em relação a tensão no aço, conforme é mostrado na figura 6.9.

$$y = 0,9993x^{-0,941} \quad (\text{Equação 6.3})$$

Onde:

$$y = \sigma/\sigma_o ;$$

$$x = A_s/A_{s_o} ;$$

Substituindo y e x na equação 6.4, tem-se:

$$\left( \frac{\sigma}{\sigma_o} \right) = 0,9993 \cdot \left( \frac{A_s}{A_{s_o}} \right)^{-0,941} \quad (\text{Equação 6.4})$$

Admitindo-se que  $\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right) = \left(\frac{\Delta\sigma_{lim}}{\Delta\sigma}\right)$  e  $\left(\frac{As}{As_o}\right) = \left(\frac{As_{corrigido}}{As_{proj.}}\right)$  e

substituindo na equação 6.5, tem-se que:

$$\left(\frac{\Delta\sigma_{lim}}{\Delta\sigma}\right) = 0,9993 \cdot \left(\frac{As_{corrigido}}{As_{proj.}}\right)^{-0,941} \quad (\text{Equação 6.5})$$

Sabendo-se que  $\left(\frac{\Delta\sigma_{lim}}{\Delta\sigma}\right) = \left(\frac{1}{k_f}\right)$  e substituindo na equação 6.6, obtem-se:

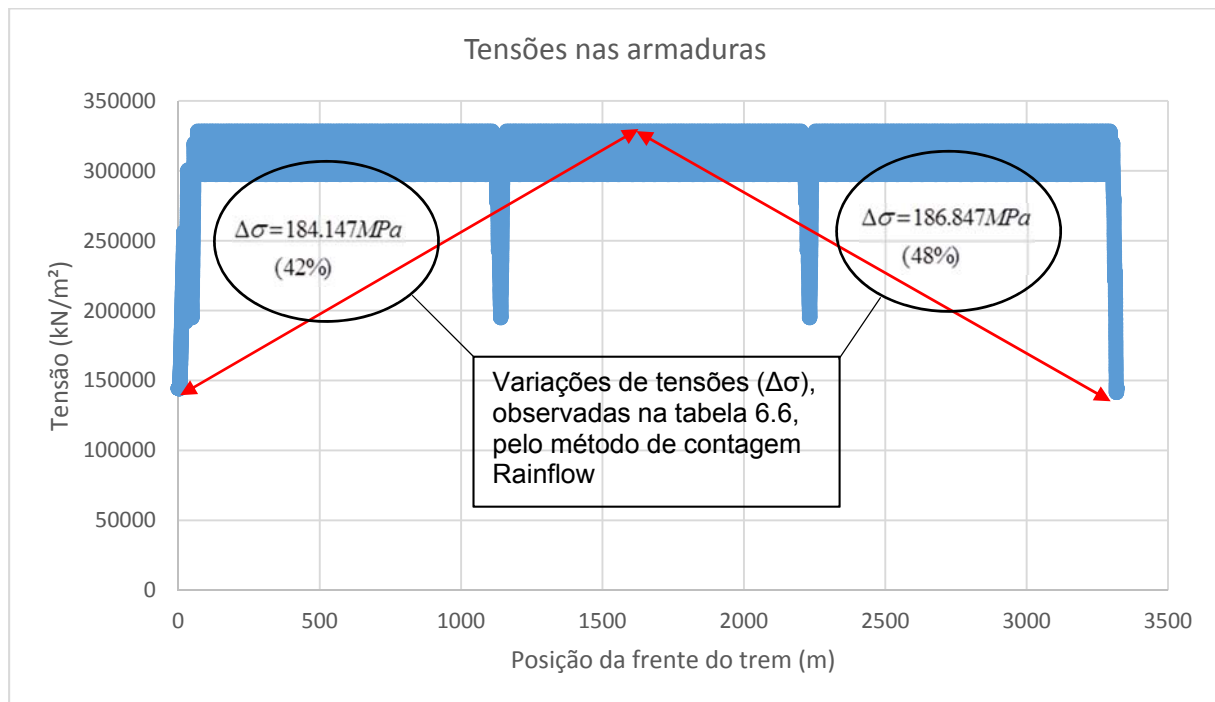
$$\left(\frac{1}{k_f}\right) = 0,9993 \cdot \left(\frac{As_{corrigido}}{As_{proj.}}\right)^{-0,941} \quad (\text{Equação 6.6})$$

Então a área de aço corrigida para o dimensionamento de vigas em pontes ferroviárias de concreto armado à fadiga é dada pela equação 6.8.

$$As_{corrigido} = As_{proj.} \cdot \left(\frac{1}{0,9993 \cdot k_f}\right)^{-\frac{1}{0,941}} \quad (\text{Equação 6.7})$$

### 6.3. CONSIDERAÇÃO DA PASSAGEM DO TREM COM 1 CICLO MONOTÔNICO

Para considerar a passagem do trem com 1 ciclo monotônico do método simplificado, foi feita uma análise do dano nas tensões da armadura. A figura 6.10 ilustra as tensões originais na armadura da seção S6, devido à passagem do trem tipo Operacional Carregado, na OAE 01.



**Figura 6.10**– Tensões originais na armadura da seção S2 devido a passagem do trem tipo Operacional.

Inicialmente, utilizou-se o algoritmo *Rainflow* para a contagem de ciclos. A partir do algoritmo *Rainflow*, pode-se fazer uma contagem de ciclos nas tensões das armaduras. Diante disso, procedeu-se a análise do dano. A tabela 6.7 apresenta os resultados da análise do dano para a seção S2 da OAE 01, referente a passagem do trem tipo Operacional. O dano ( $D_i$ ) para cada variação de tensão ( $\Delta\sigma$ ) é determinado de forma independente, e considera-se que o dano total ( $D_t$ ) da seção é a soma dos danos individuais.

**Tabela 6.6** – Análise do Dano, referente ao trem tipo Operacional, na seção S2 da OAE 01.

| $\sigma_a = \Delta \sigma / 2$<br>(MPa) | $\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x.} + \sigma_{m\acute{i}n.}}{2}$<br>(MPa) | $\Delta \sigma = 2 \cdot \sigma$<br>(MPa) | $n_i$      | $N_i$          | $D_i = n_i / N_i$ | $D_i / D_t$<br>(%) |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|------------|----------------|-------------------|--------------------|
| 3.021                                   | 224.881                                                                       | 6.043                                     | 1          | 2.9E+19        | 3.49E-20          | 0%                 |
| 66.660                                  | 261.525                                                                       | 133.321                                   | 1          | 2.3E+07        | 4.32E-08          | 5%                 |
| <b>92.073</b>                           | <b>236.112</b>                                                                | <b>184.147</b>                            | <b>0.5</b> | <b>1.3E+06</b> | <b>3.95E-07</b>   | <b>42%</b>         |
| 0.000                                   | 144.345                                                                       | 0.000                                     | 1          | 4.0E+145       | 2.49E-146         | 0%                 |
| 0.000                                   | 144.345                                                                       | 0.000                                     | 1          | 4.0E+145       | 2.49E-146         | 0%                 |
| <b>93.424</b>                           | <b>234.762</b>                                                                | <b>186.847</b>                            | <b>0.5</b> | <b>1.1E+06</b> | <b>4.51E-07</b>   | <b>48%</b>         |
| 1.504                                   | 142.842                                                                       | 3.007                                     | 0.5        | 1.5E+22        | 3.27E-23          | 0%                 |
| 0.000                                   | 144.345                                                                       | 0.000                                     | 0.5        | 4.0E+145       | 1.25E-146         | 0%                 |
| <b>Dano Total ( <math>D_t</math> )</b>  |                                                                               |                                           |            |                | <b>9.38E-07</b>   |                    |

Observa-se na coluna (  $D_i / D_t$  ) da tabela 7.4 que apenas 2 variações de tensão (184,147 e 186,847 MPa) de 0.5 ciclo, ou seja, variação do máximo para o mínimo, como é considerado no metodo kf, já são suficientes para causar 90% do dano total na seção.

Da mesma forma, foram analisadas as outras seções da OAE 01. A tabela 6.7 mostra os resultados obtidos para a análise do dano para as seções da OAE 01.

**Tabela 6.7** – Análise do Dano para as seções da OAE 01.

| Seção | Trens-tipo Operacional |              | $D_{1ciclo} / D_t$<br>(%) |
|-------|------------------------|--------------|---------------------------|
|       | $D_t$                  | $D_{1ciclo}$ |                           |
| 1     | -                      | -            | -                         |
| 2     | 9.38E-07               | 8.46E-07     | 90%                       |
| 3     | 6.58E-07               | 6.15E-07     | 93%                       |
| 4     | 1.25E-06               | 1.15E-06     | 92%                       |
| 5     | 1.49E-06               | 1.37E-06     | 92%                       |
| 6     | 1.26E-06               | 1.172E-06    | 93%                       |

Na tabela 6.7, nota-se que a menor relação obtida entre (  $D_{1ciclo} / D_t$  ) nas seções da OAE 01 foi de 90%. Desta forma, optou-se que 1 ciclo monotônico, proposto pelo metodo kf, representa 0,9 do dano total, referente a passage do trem completo.

#### 6.4. CONSIDERAÇÃO DE 1 CICLO OPERACIONAL

Para considerar um ciclo operacional, ou seja, um trem-tipo de ida e volta na EFC foi feita uma análise de dano para o trem tipo Operacional Carregado e o Descarregado.

Foram utilizados o método de contagem Rainflow e a regra do Dano de *Miner* para a obtenção dos danos totais em cada seção da OAE 01, referentes aos trens-tipo mencionados acima. A tabela 6.8 apresenta os valores dos danos totais obtidos para cada trem-tipo.

**Tabela 6.8** – Análise de Dano obtidos para os trens-tipo Operacional Carregado e Descarregado.

| Seção | Danos Trens-tipo      |              | $D_{des} / D_{carreg}$ |
|-------|-----------------------|--------------|------------------------|
|       | Operacional Carregado | Descarregado |                        |
| 1     | -                     | -            | -                      |
| 2     | 9.38.E-07             | 1.98.E-07    | 21%                    |
| 3     | 6.58E-07              | 1.59E-07     | 24%                    |
| 4     | 1.25E-06              | 3.25E-07     | 26%                    |
| 5     | 1.49E-06              | 4.25E-07     | 29%                    |
| 6     | 1.26E-06              | 3.00E-07     | 24%                    |

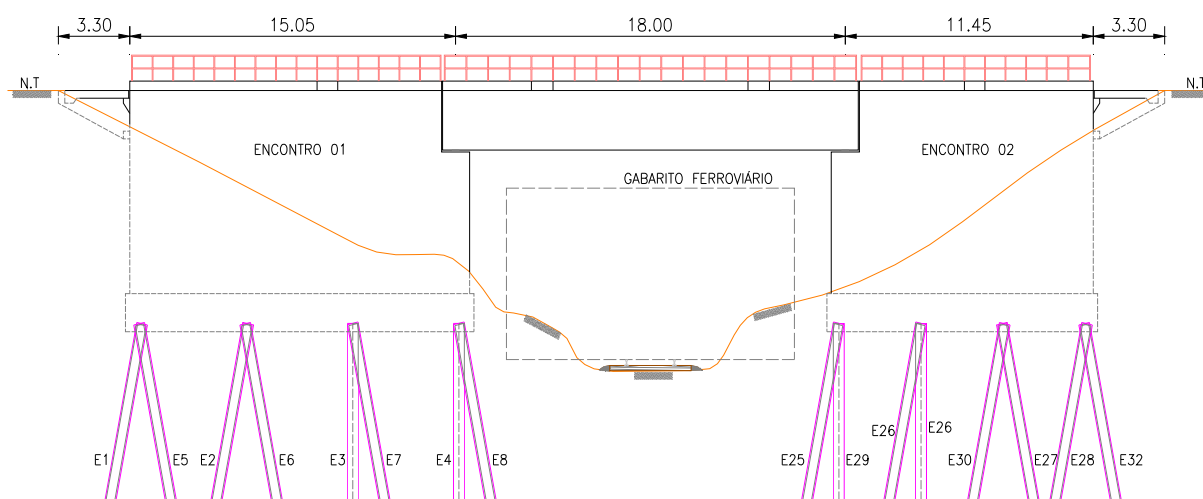
Observa-se na tabela 7.3 que a maior relação obtida entre o dano do trem Descarregado e Operacional Carregado ( $D_{des} / D_{carreg}$ ) foi de 29%. Isso quer dizer que o trem Descarregado corresponde aproximadamente 30% do Trem Operacional Carregado. Portanto para considerar um ciclo operacional na EFC, adotou-se um fator igual a 1,3.

## 7 ESTUDO DE CASO

Para exemplificar o dimensionamento da vida útil à fadiga em vigas de pontes ferroviárias, o método simplificado corrigido foi aplicado em um viaduto sobre a CFN 1ª travessia, o qual corresponde a obra de arte especial Nº 01 da Estrada de Ferro dos Carajás, estando situada no Km 4+900.

### 7.1. DESCRIÇÃO DA OAE 01

O modelo estrutural estudado é um viaduto de concreto armado com extensão total de 44,90 metros, constituída por um vão isostático de 18,00 metros, um encontro esquerdo (01) de 15,05 metros e um encontro direito (02) de 11,45 metros. Na figura 7.1 está mostrado o sistema estrutural de uma vista geral desta obra.



**Figura 7.1**– Sistema estrutural do viaduto (fonte: Projeto do Viaduto)

A superestrutura do viaduto constitui-se de duas vigas principais (longarinas), ligadas por vigas secundárias (transversinas) e tabuleiro, constituindo uma seção transversal em forma de  $\pi$ .

As bases das longarinas sofrem variações no sentido de seus eixos longitudinais. Essa variação é de 35cm a 60cm, conforme pode ser visto nas figuras 7.2 a e b.



O valor do módulo de elasticidade do concreto utilizado neste modelo foi determinado a partir da equação 7.1, recomendado pela NBR 6118/78. Nesta expressão utilizou-se o  $f_{ck}$  especificado na memória de cálculo que foi de 180 Kgf/cm<sup>2</sup> para a superestrutura.

$$E_{\text{sec}(\text{super})} = 0,9.6600\sqrt{f_{ck} + 3,5} = 27,5\text{GPa} \quad (\text{Equação 7.1})$$

### 7.2.1. Cargas Permanentes

A carga permanente é constituída pelo peso próprio dos elementos estruturais do viaduto (vigas, transversinas, lajes) e o peso dos elementos e acessórios da via férrea (lastro, trilhos, dormentes, etc.).

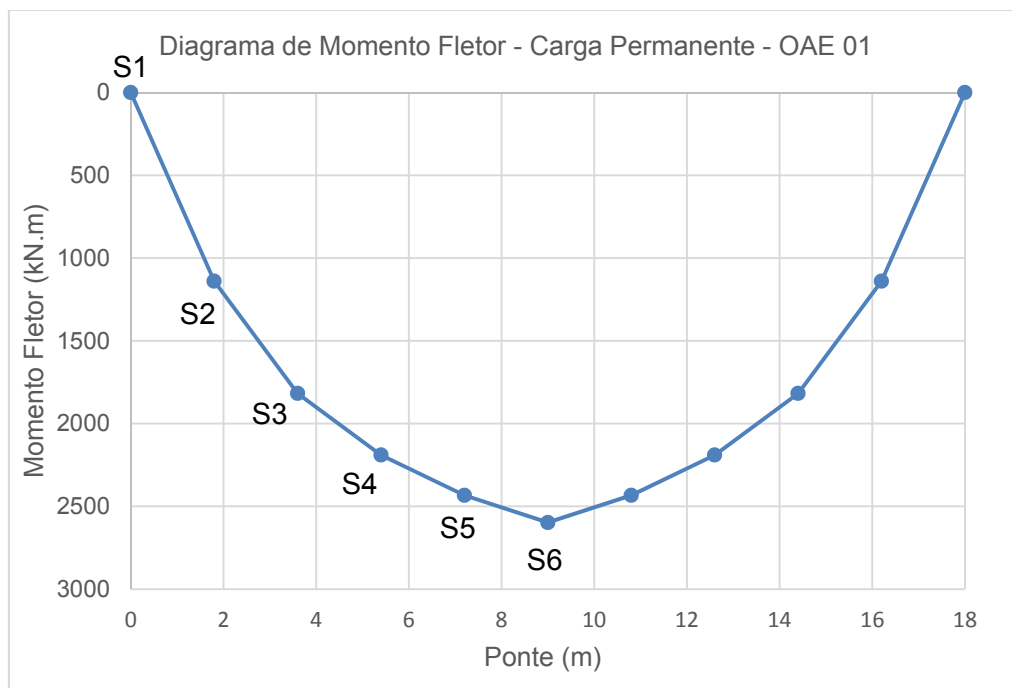
Os elementos como lastro; trilhos, acessórios e dormentes; guarda-corpo; canaletas e camada de argamassa sobre a laje tem peso e massa considerados de forma distribuída ao longo da ponte. O refúgio tem peso e massa considerados concentrados. A tabela 7.1 mostra o peso do elementos estruturais e elementos da via considerados no modelo numérico.

**Tabela 7.1**– Peso dos elementos estruturais e de elementos da via considerados.

| Elemento                                                         | Peso                 |
|------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Seção em viga duplo T <sup>1</sup>                               | 25 kN/m <sup>3</sup> |
| Canaletas, argamassa, guarda-corpo, lastro, trilhos e acessórios | 52,6 kN/m            |
| Transversina no vão                                              | 244 kN               |
| Transversina no apoio                                            | 344 kN               |
| Refúgio, incluindo guarda-corpo                                  | 69,7 kN              |

1: peso distribuído calculado automaticamente no programa SAP2000.

A figura 7.4 apresenta o diagrama de momento fletor nas longarinas devido a carga permanente, os valores são característicos.



**Figura 7.4–** Diagrama de momento fletor na longarina devido à carga permanente, valores característicos.

### 7.2.2. Cargas Móveis

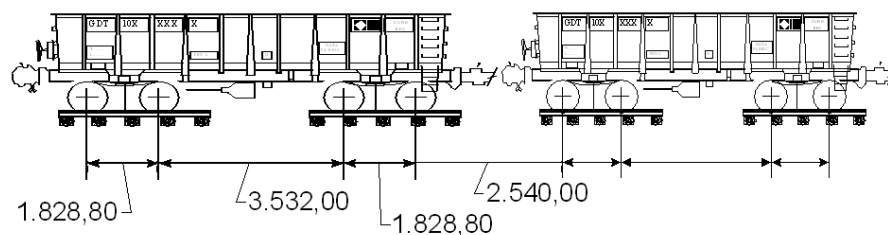
As cargas móveis utilizadas para as análises estáticas são referentes aos trens-tipo que atualmente operam na EFC, os quais são denominados neste trabalho em: Operacional Carregado e Descarregado. O coeficiente de impacto foi determinado de acordo com a NBR 7187 (2003).

Os trens-tipo são composto pela Locomotiva DASH-9, a qual representa aproximadamente 30% do total da frota. Quanto ao tipo de vagão usou-se o GDT que corresponde a 90% da frota e são responsáveis pelo transporte do minério.

Na figura 7.5 está representada a Locomotiva DASH-9 com as distâncias entre os eixos segundo informações fornecidas pela VALE. A figura 7.6 mostra o vagão GDT com as medidas entre eixos. Para a distância entre os eixos locomotiva-vagão adotou-se valor igual a 3.111,6 mm, que corresponde à metade da distância entre locomotivas mais a metade da distância entre vagões.

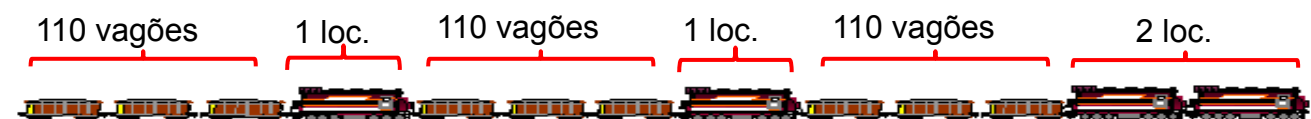


**Figura 7.5** – Desenho esquemático da Locomotiva DASH-9, unidades em mm (Fonte: VALE)



**Figura 7.6** – Desenho esquemático do Vagão GDT, unidades em mm (Fonte: VALE)

A composição de locomotivas e vagões adotada foi informada pela Vale e é a descrita a seguir, conforme figura 7.7.



**Figura 7.7** – Composição de locomotivas e vagões. (Fonte: VALE)

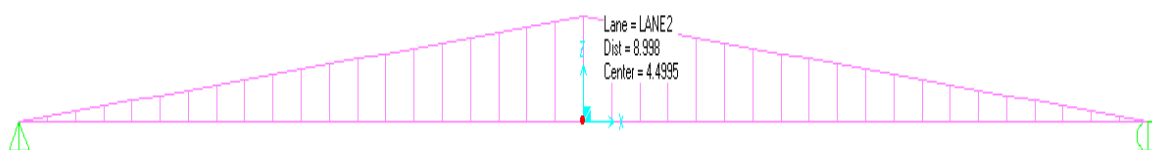
As cargas adotadas para o trem-tipo foram fornecidas pela VALE (tabela 7.2). A locomotiva DASH9 possui 06 eixos e o vagão GDT possui 04 eixos.

**Tabela 7.2** – Cargas em locomotivas e vagões

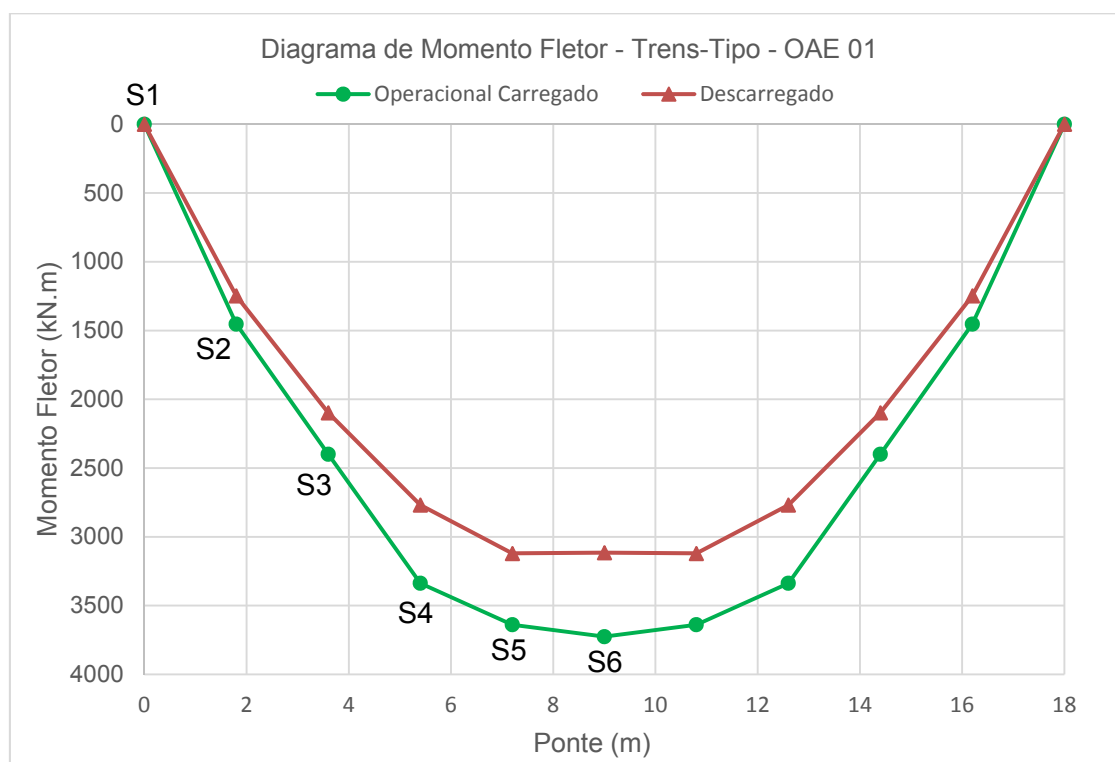
| Trem-tipo             | Locomotiva DASH9  | Vagão GDT           |
|-----------------------|-------------------|---------------------|
| OPERACIONAL CARREGADO | 30 t/eixo (180 t) | 32,5 t/eixo (130 t) |
| DESCARREGADO          | 30 t/eixo (180 t) | 5,25 t/eixo (21 t)  |

Lembrando que para a determinação dos esforços referente a carga móvel o SAP2000 utiliza o conceito de linha de influência, cujas as ordenadas fornecem os valores de uma determinada seção, para diversas posições de uma carga unitária, conforme mostra a figura 7.8.

A figura 7.9 apresenta os diagramas de momento fletor do trem tipo Operacional Carregado e Descarregado, devido ao carregamento móvel, obtidos com o modelo numérico desenvolvido no programa SAP2000. Os valores apresentados são característicos.



**Figura 7.8** – Linha de Influência de Momento Fletor obtida pelo programa SAP2000 na seção S6, correspondente ao meio do vão.



**Figura 7.9**– Diagramas de momento fletor na longarina devido à carga móvel, valores característicos.

### 7.2.3. Cálculo das Armaduras

Para o cálculo das áreas de aço em cada seção foi utilizado a calculadora de dimensionamento da armadura longitudinal a flexão simples de seção retangular ou T do programa TQS, tendo como dados de entrada:  $f_{ck}$  (kgf/cm<sup>2</sup>),  $b_w$  (cm),  $d$  (cm),  $L_f$  (cm),  $h_f$  (cm),  $M_k$ (tf.m) e etc, e o dado de saída é o  $A_s$  (cm<sup>2</sup>). A figura 7.10 mostra a interface da calculadora de dimensionamento para obtenção da área de aço.

Projeto MOD-Padrão - 0001 - Cálculo de momento fletor / área de armadura em seção retangular/T

|                                                                                                                                                                                                                                             |  |                                                                                                                                                                          |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <b>Seção</b><br>Largura: 35 cm<br>Altura ÚTIL: 230 cm<br>Largura mesa colaborante: 240 cm<br>Altura mesa colaborante: 20 cm<br>Largura colaborante inferior: 0 cm<br>Altura colaborante inferior: 0 cm<br>Largura média seção trapez.: 0 cm |  | <b>Armadura</b><br>Quantidade: <input type="text"/><br>Bitola: <input type="text"/> mm<br>Espaçamento: 0 cm<br>Área de armadura: 0 cm <sup>2</sup><br>Tipo de aço: CA50A |  | <b>Outros critérios</b><br>K40 - As mínima: 2 - NBR-6118:2003<br>KL21 - Altura da seção p/As mínima: 0 - Altura total da seção<br>K72 - Seção p/As mínima: 0 - Seção retangular<br>Resistência à tração Fctk,sup: 33.345 kgf/cm <sup>2</sup><br>Posição limite da linha neutra x/d: 1<br>Distância arm compressão à face: 0 cm<br>Cobrimento: 3 cm<br>Bitola de p. estribos, só vigas: 0 cm |  |
| Momento fletor na seção<br>Valor característico: 0 tfm                                                                                                                                                                                      |  | Concreto<br>Fck: 180 kgf/cm <sup>2</sup>                                                                                                                                 |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |
| <b>Resultado do cálculo</b><br>Tipo de seção: <input type="text"/><br>Altura da linha neutra: <input type="text"/> cm<br>Momento Mk: <input type="text"/> tfm                                                                               |  | As - Armadura principal: <input type="text"/> cm <sup>2</sup><br>As' - Armadura dupla: <input type="text"/> cm <sup>2</sup>                                              |  | Valor do momento fletor, em tfm, para cálculo da área de armadura necessária na seção.<br>Momento ==> As<br>As ==> Momento<br>Fechar                                                                                                                                                                                                                                                        |  |

**Figura 7.10**– Interface da calculadora de dimensionamento da armadura longitudinal do programa TQS.

### 7.3. DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS À FADIGA

Para o dimensionamento das armaduras à fadiga será feita uma estimativa do número de ciclos operacionais que a ponte estará submetida ao longo de sua vida útil. Sendo a vida útil da estrutura um parâmetro estabelecido pelo projetista estrutural.

#### 7.3.1. Determinação do número de ciclos operacionais ( $N_{op}$ )

A determinação do número de ciclos operacionais é calculada conforme a equação 7.2, descrita abaixo:

$$N_{op} = \frac{FC_t \cdot N_t}{FC_{pas}} \times V_d \quad (\text{Equação 7.2})$$

Onde:

$N_{op}$  - Número de ciclos operacionais que a estrutura estará submetida durante sua vida útil;

$FC_t$  - fator de correção que representa um trem de ida e volta;

$FC_{pas}$  - fator de correção que representa a passagem do trem para 1 ciclo monotônico;

$N_t$  - Número de trens carregados que passam pela ponte durante 1 ano;

$V_d$  - Vida útil em anos do elemento estrutural; (Ex: 100, 200, etc.)

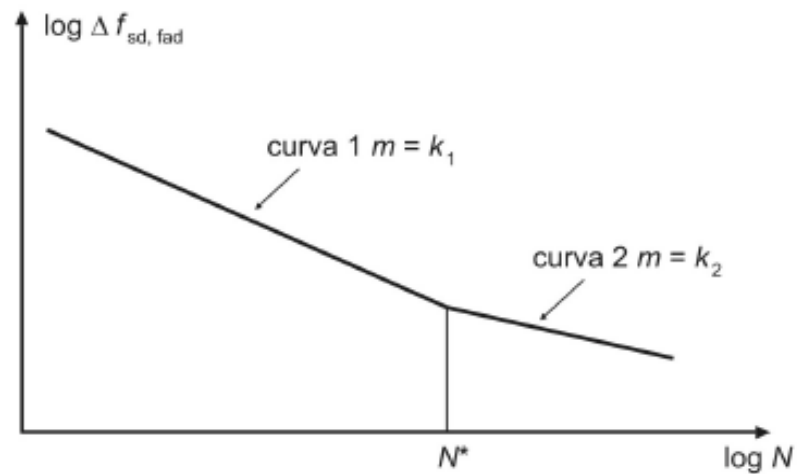
A tabela 7.3 mostra os números de ciclos operacionais determinado para diferente vidas úteis à fadiga.

**Tabela 7.3** – Número de ciclos operacionais para diferente vidas úteis à fadiga.

| $FC_t$ | $FC_{pas}$ | $V_d$ | $N_t$ | $N_{op} = \frac{FC_t \cdot N_t}{FC_{pas}} \times V_d$ |
|--------|------------|-------|-------|-------------------------------------------------------|
| 1,30   | 0,90       | 100   | 6570  | 949000                                                |
| 1,30   | 0,90       | 200   | 6570  | 1898000                                               |
| 1,30   | 0,90       | 250   | 6570  | 2372500                                               |
| 1,30   | 0,90       | 300   | 6570  | 2847000                                               |
| 1,30   | 0,90       | 400   | 6570  | 3796000                                               |

### 7.3.2. Determinação da $\Delta\sigma_{lim}$

Segundo a NBR 6118 para a determinação da variação de tensão limite à fadiga é usada a função de resistência à fadiga para o aço, que consiste em segmentos de reta na forma  $(\Delta f_{sd \rightarrow fad})^m \times N = \text{constante}$ , representada em escala de log.log, conforme figura 7.11.



**Figura 7.11** – Curva de resistência característica à fadiga para o aço (Curva S-N), segundo a NBR 6118.

Os valores de  $k_1$  e  $k_2$  são obtidos a partir da tabela 7.4 que representa os tipos de curva S-N.

**Tabela 7.4** – Tipos da curva S-N. (Fonte: NBR 6118).

| Tipo           | $N^*$  | $k_1$ | $k_2$ |
|----------------|--------|-------|-------|
| T <sub>1</sub> | $10^6$ | 5     | 9     |
| T <sub>2</sub> | $10^6$ | 3     | 7     |
| T <sub>3</sub> | $10^6$ | 3     | 5     |
| T <sub>4</sub> | $10^7$ | 3     | 5     |

Já a tabela 7.5 mostra os parâmetros das curvas S-N para os aços imersos no concreto, onde pode se obter os valores de  $\Delta f_{sd, fad}^f$  para  $2 \times 10^6$  ciclos.

**Tabela 7.5** – Parâmetros para as curvas S-N (Wöller) para os aços imersos no concreto.  
(Fonte: NBR 6118).

| Armadura passiva, aço CA-50                                                                                       |              |      |     |     |     |     |     |     |                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------------------|
| Valores de $\Delta f_{sd,fad,min}$ , para $2 \times 10^6$ ciclos                                                  |              |      |     |     |     |     |     |     |                    |
| MPa                                                                                                               |              |      |     |     |     |     |     |     |                    |
| Caso                                                                                                              | $\phi$<br>mm |      |     |     |     |     |     |     | Tipo <sup>2)</sup> |
|                                                                                                                   | 10           | 12,5 | 16  | 20  | 22  | 25  | 32  | 40  |                    |
| Barras retas ou dobradas com<br>$D \geq 25 \phi$                                                                  | 190          | 190  | 190 | 185 | 180 | 175 | 165 | 150 | T <sub>1</sub>     |
| Barras retas ou dobradas com:<br>$D < 25 \phi$<br>$D = 5 \phi < 20 \text{ mm}$<br>$D = 8 \phi \geq 20 \text{ mm}$ | 105          | 105  | 105 | 105 | 100 | 95  | 90  | 85  | T <sub>1</sub>     |
| Estribos<br>$D = 3\phi \leq 10 \text{ mm}$                                                                        | 85           | 85   | 85  | -   | -   | -   | -   | -   | T <sub>1</sub>     |
| Ambiente marinho<br>Classe IV                                                                                     | 65           | 65   | 65  | 65  | 65  | 65  | 65  | 65  | T <sub>4</sub>     |
| Barras soldadas (incluindo solda por ponto ou das extremidades) e conectores mecânicos                            | 85           | 85   | 85  | 85  | 85  | 85  | 85  | 85  | T <sub>4</sub>     |

Para o tipo de curva S-N T1, os valores de k1 e k2 são 5 e 9, respectivamente. Diante disso, as constantes para as curvas 1 e 2 da curva S-N do aço, podem ser calculadas de acordo com as equações 7.3 e 7.4.

$$C_1 = (\Delta f_{sd,fad})^5 \times N \quad (\text{Equação 7.3})$$

$$C_2 = (\Delta f_{sd,fad})^9 \times N \quad (\text{Equação 7.4})$$

Para determinar a constante da curva C2 usou-se a  $\Delta f_{sd,fad} = 175 \text{ MPa}$ , que corresponde a uma barra reta ou dobrada de  $\phi = 25 \text{ mm}$ . Sendo assim a constante da curva 2 vale:

$$C_2 = (175)^9 \times 2 \times 10^6 = 3,078 \times 10^{26}$$

Sabendo o valor da constante (C2) calcula-se a  $\Delta f_{sd, fad}$  para  $1 \times 10^6$  ciclos, pois a  $\Delta f_{sd, fad}$  será comum para as curvas 1 e 2. Logo tem-se que:

$$\Delta f_{sd, fad} = \left( \frac{C_2}{N} \right)^{1/9}$$

$$\Delta f_{sd, fad} = \left( \frac{3,078 \times 10^{26}}{1 \times 10^6} \right)^{1/9} = 189,0 MPa$$

Depois de calcular a  $\Delta f_{sd, fad}$  para  $1 \times 10^6$  ciclos, é possível calcular a constante C1, através da equação 4.3, que será:

$$C_1 = (\Delta f_{sd, fad})^5 \times N$$

$$C_1 = (189)^5 \times 1 \times 10^6 = 2,41 \times 10^{17}$$

Com a determinação das constantes  $C_1 = 2,41 \times 10^{17}$  e  $C_2 = 3,078 \times 10^{26}$ , é possível obter a variação de tensão limite à fadiga para qualquer ponto da curva S-N do aço, de acordo com a NBR 6118. A equação 7.5 calcula a  $\Delta \sigma_{lim}$  para o trecho da curva 1 e a equação 7.6 calcula a  $\Delta \sigma_{lim}$  para o trecho da curva 2 da curva S-N.

$$\Delta \sigma_{lim} = \left( \frac{C_1}{N} \right)^{1/5} \quad \text{(Equação 7.5)}$$

$$\Delta \sigma_{lim} = \left( \frac{C_2}{N} \right)^{1/9} \quad \text{(Equação 7.6)}$$

A tabela 7.9 mostra os valores obtidos para as variações de tensões limite à fadiga determinados apartir do número de ciclos operacionais.

**Tabela 7.6** – Valores de  $\Delta\sigma_{\text{lim}}$  para os números de ciclos operacionais.

| $N_{op}$  | $\Delta\sigma_{\text{lim}}$ |
|-----------|-----------------------------|
| 949.000   | 191,00                      |
| 1.898.000 | 176,02                      |
| 2.372.500 | 171,71                      |
| 2.847.000 | 168,27                      |
| 3.796.000 | 162,97                      |

### 7.3.3. Cálculo do coeficiente Kf proposto para flexão

O cálculo do coeficiente de fadiga (kf) foi calculado de acordo com a equação 6.2, descrita no capítulo 6.

As tabelas 7.7 a 7.11 mostram os valores dos Kf's, calculados para vida útil de 100, 200, 250, 300 e 400 anos, respectivamente.

**Tabela 7.7** – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 100 anos.

| Coeficiente de fadiga (kf) - Vida útil = 100 anos |                             |                             |                   |           |            |            |                                      |                   |
|---------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------|-----------|------------|------------|--------------------------------------|-------------------|
| Seção                                             | $M_{\text{mín.}}$<br>(kN.m) | $M_{\text{máx.}}$<br>(kN.m) | $f_{yk}$<br>(MPa) | $FC_{kf}$ | $\gamma_s$ | $\gamma_f$ | $\Delta\sigma_{\text{lim}}$<br>(MPa) | $Kf_{\text{mod}}$ |
| 1                                                 | 0.000                       | 0.00                        | -                 | -         | -          | -          | -                                    | -                 |
| 2                                                 | 1139.359                    | 2592.27                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 191.00                               | 0.95              |
| 3                                                 | 1817.690                    | 4217.33                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 191.00                               | 0.96              |
| 4                                                 | 2189.801                    | 5527.33                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 191.00                               | 1.02              |
| 5                                                 | 2433.077                    | 6072.18                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 191.00                               | 1.01              |
| 6                                                 | 2597.306                    | 6322.84                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 191.00                               | 1.00              |

**Tabela 7.8** – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 200 anos.

| Coeficiente de fadiga (kf) - Vida útil = 200 anos |                             |                             |                   |           |            |            |                                      |                   |
|---------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------|-----------|------------|------------|--------------------------------------|-------------------|
| Seção                                             | $M_{\text{mín.}}$<br>(kN.m) | $M_{\text{máx.}}$<br>(kN.m) | $f_{yk}$<br>(MPa) | $FC_{kf}$ | $\gamma_s$ | $\gamma_f$ | $\Delta\sigma_{\text{lim}}$<br>(MPa) | $Kf_{\text{mod}}$ |
| 1                                                 | 0.000                       | 0.00                        | -                 | -         | -          | -          | -                                    | -                 |
| 2                                                 | 1139.359                    | 2592.27                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 176.02                               | 1.03              |
| 3                                                 | 1817.690                    | 4217.33                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 176.02                               | 1.04              |
| 4                                                 | 2189.801                    | 5527.33                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 176.02                               | 1.11              |
| 5                                                 | 2433.077                    | 6072.18                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 176.02                               | 1.10              |
| 6                                                 | 2597.306                    | 6322.84                     | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 176.02                               | 1.08              |

**Tabela 7.9 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 250 anos.**

| <b>Coeficiente de fadiga (kf) - Vida útil = 250 anos</b> |                       |                       |                   |           |            |            |                                |                   |
|----------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------|------------|------------|--------------------------------|-------------------|
| <b>Seção</b>                                             | $M_{\min.}$<br>(kN.m) | $M_{\max.}$<br>(kN.m) | $f_{yk}$<br>(MPa) | $FC_{kf}$ | $\gamma_s$ | $\gamma_f$ | $\Delta\sigma_{\lim}$<br>(MPa) | $Kf_{\text{mod}}$ |
| 1                                                        | 0.000                 | 0.00                  | -                 | -         | -          | -          | -                              | -                 |
| 2                                                        | 1139.359              | 2592.27               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 171.71                         | 1.05              |
| 3                                                        | 1817.690              | 4217.33               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 171.71                         | 1.07              |
| 4                                                        | 2189.801              | 5527.33               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 171.71                         | 1.14              |
| 5                                                        | 2433.077              | 6072.18               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 171.71                         | 1.13              |
| 6                                                        | 2597.306              | 6322.84               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 171.71                         | 1.11              |

**Tabela 7.10 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 300 anos.**

| <b>Coeficiente de fadiga (kf) - Vida útil = 300 anos</b> |                       |                       |                   |           |            |            |                                |                   |
|----------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------|------------|------------|--------------------------------|-------------------|
| <b>Seção</b>                                             | $M_{\min.}$<br>(kN.m) | $M_{\max.}$<br>(kN.m) | $f_{yk}$<br>(MPa) | $FC_{kf}$ | $\gamma_s$ | $\gamma_f$ | $\Delta\sigma_{\lim}$<br>(MPa) | $Kf_{\text{mod}}$ |
| 1                                                        | 0.000                 | 0.00                  | -                 | -         | -          | -          | -                              | -                 |
| 2                                                        | 1139.359              | 2592.27               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 168.27                         | 1.08              |
| 3                                                        | 1817.690              | 4217.33               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 168.27                         | 1.09              |
| 4                                                        | 2189.801              | 5527.33               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 168.27                         | 1.16              |
| 5                                                        | 2433.077              | 6072.18               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 168.27                         | 1.15              |
| 6                                                        | 2597.306              | 6322.84               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 168.27                         | 1.13              |

**Tabela 7.11 – Coeficientes de fadiga (kf) para vida útil de 400 anos.**

| <b>Coeficiente de fadiga (kf) - Vida útil = 400 anos</b> |                       |                       |                   |           |            |            |                                |                   |
|----------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------|------------|------------|--------------------------------|-------------------|
| <b>Seção</b>                                             | $M_{\min.}$<br>(kN.m) | $M_{\max.}$<br>(kN.m) | $f_{yk}$<br>(MPa) | $FC_{kf}$ | $\gamma_s$ | $\gamma_f$ | $\Delta\sigma_{\lim}$<br>(MPa) | $Kf_{\text{mod}}$ |
| 1                                                        | 0.000                 | 0.00                  | -                 | -         | -          | -          | -                              | -                 |
| 2                                                        | 1139.359              | 2592.27               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 162.97                         | 1.11              |
| 3                                                        | 1817.690              | 4217.33               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 162.97                         | 1.13              |
| 4                                                        | 2189.801              | 5527.33               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 162.97                         | 1.20              |
| 5                                                        | 2433.077              | 6072.18               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 162.97                         | 1.19              |
| 6                                                        | 2597.306              | 6322.84               | 500.00            | 1.04      | 1.15       | 1.40       | 162.97                         | 1.17              |

Observa-se na tabela 7.7 que a seção 2 e 3 tiveram valores de kf's menores que 1. Isso quer dizer que só a área de aço projetada já é suficiente para atender a vida útil que o projetista especificou no seu dimensionamento à fadiga.

### 7.3.4. Cálculo das armaduras corrigidas

Para o cálculo das armaduras corrigidas à fadiga foi utilizada a equação 6.8, que leva em consideração o  $k_f^{\text{mod}}$  e a  $A_{s_{\text{proj}}}$ .

A tabela 7.12 mostra os valores das armaduras corrigidas, calculadas para vida útil de 100, 200, 250, 300 e 400 anos.

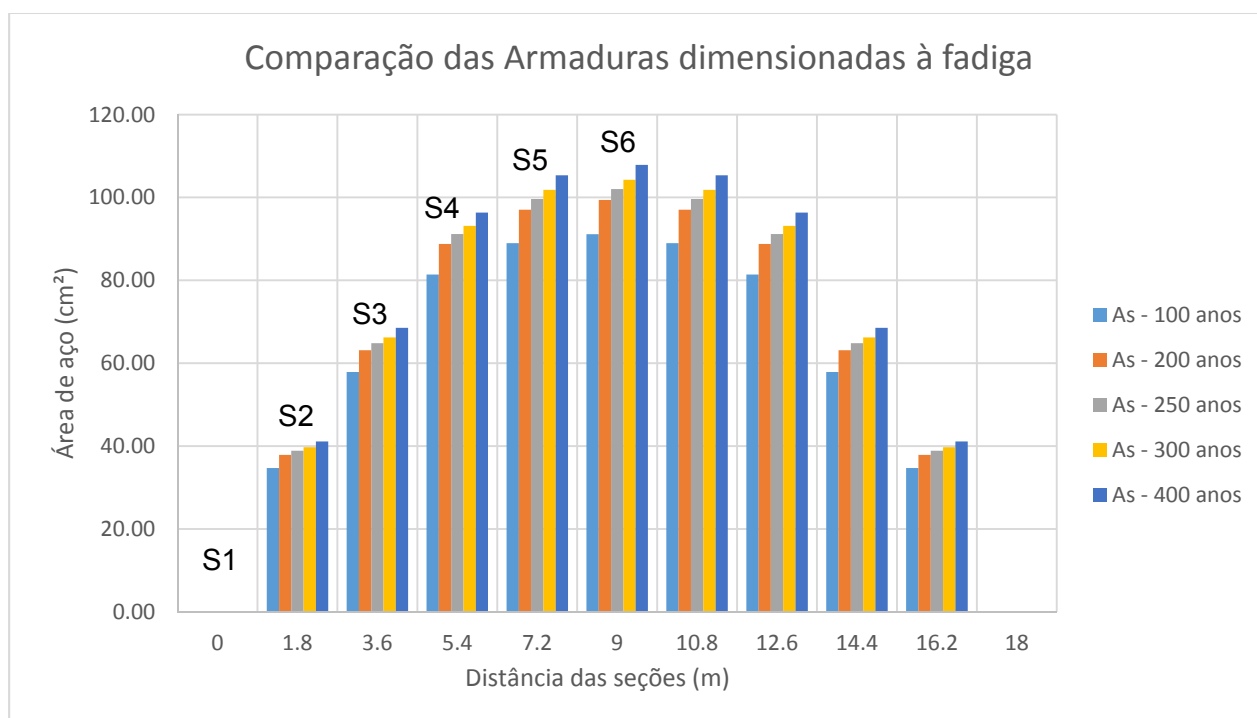
**Tabela 7.12 – Armaduras corrigidas para vida à fadiga de 100, 200, 250, 300 e 400 anos.**

|       | Vida 100 anos |                                          |                                               | Vida 200 anos |                                          |                                               | Vida 250 anos |                                          |                                               | Vida 300 anos |                                          |                                               | Vida 400 anos |                                          |                                               |
|-------|---------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Seção | $k_f$         | $A_{s_{\text{proj}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $A_{s_{\text{corrigido}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $k_f$         | $A_{s_{\text{proj}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $A_{s_{\text{corrigido}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $k_f$         | $A_{s_{\text{proj}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $A_{s_{\text{corrigido}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $k_f$         | $A_{s_{\text{proj}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $A_{s_{\text{corrigido}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $k_f$         | $A_{s_{\text{proj}}}$ (cm <sup>2</sup> ) | $A_{s_{\text{corrigido}}}$ (cm <sup>2</sup> ) |
| 1     | -             | 0.00                                     | 0.00                                          | -             | 0.00                                     | 0.00                                          | -             | 0.00                                     | 0.00                                          | -             | 0.00                                     | 0.00                                          | -             | 0.00                                     | 0.00                                          |
| 2     | 0.95          | 36.78                                    | 34.71                                         | 1.03          | 36.78                                    | 37.87                                         | 1.05          | 36.78                                    | 38.88                                         | 1.08          | 36.78                                    | 39.72                                         | 1.11          | 36.78                                    | 41.10                                         |
| 3     | 0.96          | 60.35                                    | 57.88                                         | 1.04          | 60.35                                    | 63.14                                         | 1.07          | 60.35                                    | 64.82                                         | 1.09          | 60.35                                    | 66.23                                         | 1.13          | 60.35                                    | 68.53                                         |
| 4     | 1.02          | 79.67                                    | 81.40                                         | 1.11          | 79.67                                    | 88.78                                         | 1.14          | 79.67                                    | 91.16                                         | 1.16          | 79.67                                    | 93.14                                         | 1.20          | 79.67                                    | 96.37                                         |
| 5     | 1.01          | 87.79                                    | 88.98                                         | 1.10          | 87.79                                    | 97.06                                         | 1.13          | 87.79                                    | 99.65                                         | 1.15          | 87.79                                    | 101.82                                        | 1.19          | 87.79                                    | 105.34                                        |
| 6     | 1.00          | 91.54                                    | 91.12                                         | 1.08          | 91.54                                    | 99.39                                         | 1.11          | 91.54                                    | 102.04                                        | 1.13          | 91.54                                    | 104.27                                        | 1.17          | 91.54                                    | 107.88                                        |

Na tabela 7.12 observa-se que as áreas de aço da seção 2 e 3, referente a vida de 100 anos, foram corrigidas resultando em uma área de aço menor que o  $A_{s_{\text{proj}}}$ , lembrando que essas correções só foram realizadas para testar a metodologia proposta.

É importante ressaltar que a correção da área de aço só é recomendada quando o  $K_f > 1$ . Caso o  $K_f \leq 1$ , o projetista deve manter a área de aço dimensionada.

A figura 7.12 mostra um gráfico em barras, para a comparação das áreas de aço dimensionadas à fadiga para vida útil de 100, 200, 250, 300 e 400 anos.



**Figura 7.12** – Comparação das áreas de armaduras dimensionadas à fadiga para a vida útil de 100, 200, 250, 300 e 400 anos.

### 7.3.5. Vida útil das armaduras dimensionadas à fadiga

Para determinação da vida útil à fadiga da armaduras longitudinais da longarina, considerou-se, inicialmente, a variação de momento fletor devido a carga permanente e a carga total (permanente e móvel). A partir da variação do momento fletor, é possível determinar as deformações em tensões em um ponto qualquer da seção. Com isso obteve-se a tensão mínima e a tensão máxima nas armaduras da seção, ocasionada pela variação de momento.

As tabelas 7.13 a 7.17 apresentam os resultados obtidos do dimensionamento das armaduras longitudinais para várias vidas úteis, através da regra do dano de Miner e das curvas S-N da NBR 6118.

**Tabela 7.13** – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 100 anos.

| Vida Útil à fadiga - 100 anos - Trem Operacional Carregado |                          |                          |                         |       |          |                 |                               |                   |               |
|------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------|----------|-----------------|-------------------------------|-------------------|---------------|
| Seção                                                      | $\sigma_{mín.}$<br>(MPa) | $\sigma_{máx.}$<br>(MPa) | $\Delta\sigma$<br>(MPa) | $n_i$ | $N_i$    | $D = n_i / N_i$ | $V = 1/D$<br>(pares de trens) | Nº trens em 1 ano | V (anos)      |
| 1                                                          | -                        | -                        | -                       | -     | -        | -               | -                             | -                 | -             |
| 2                                                          | 150.06                   | 341.70                   | 191.64                  | 1.00  | 9.33E+05 | 1.071E-06       | 9.33E+05                      | 9490.0            | 98.35         |
| 3                                                          | 144.71                   | 336.14                   | 191.43                  | 1.00  | 9.38E+05 | 1.066E-06       | 9.38E+05                      | 9490.0            | 98.88         |
| 4                                                          | 124.62                   | 315.11                   | 190.49                  | 1.00  | 9.62E+05 | 1.040E-06       | 9.62E+05                      | 9490.0            | 101.35        |
| 5                                                          | 126.87                   | 317.25                   | 190.38                  | 1.00  | 9.65E+05 | 1.037E-06       | 9.65E+05                      | 9490.0            | 101.63        |
| 6                                                          | 132.32                   | 322.77                   | 190.45                  | 1.00  | 9.63E+05 | 1.039E-06       | 9.63E+05                      | 9490.0            | 101.45        |
| Vida útil média (anos)                                     |                          |                          |                         |       |          |                 |                               |                   | <b>100.33</b> |

**Tabela 7.14** – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 200 anos.

| Vida Útil à fadiga - 200 anos - Trem Operacional Carregado |                          |                          |                         |       |          |                 |                               |                   |               |
|------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------|----------|-----------------|-------------------------------|-------------------|---------------|
| Seção                                                      | $\sigma_{mín.}$<br>(MPa) | $\sigma_{máx.}$<br>(MPa) | $\Delta\sigma$<br>(MPa) | $n_i$ | $N_i$    | $D = n_i / N_i$ | $V = 1/D$<br>(pares de trens) | Nº trens em 1 ano | V (anos)      |
| 1                                                          | -                        | -                        | -                       | -     | -        | -               | -                             | -                 | -             |
| 2                                                          | 137.78                   | 313.71                   | 175.93                  | 1.00  | 1.91E+06 | 5.244E-07       | 1.91E+06                      | 9490.0            | 200.95        |
| 3                                                          | 132.84                   | 308.57                   | 175.73                  | 1.00  | 1.93E+06 | 5.192E-07       | 1.93E+06                      | 9490.0            | 202.95        |
| 4                                                          | 114.42                   | 289.32                   | 174.90                  | 1.00  | 2.01E+06 | 4.975E-07       | 2.01E+06                      | 9490.0            | 211.80        |
| 5                                                          | 116.49                   | 291.31                   | 174.82                  | 1.00  | 2.02E+06 | 4.953E-07       | 2.02E+06                      | 9490.0            | 212.75        |
| 6                                                          | 121.49                   | 296.39                   | 174.90                  | 1.00  | 2.01E+06 | 4.975E-07       | 2.01E+06                      | 9490.0            | 211.80        |
| Vida útil média (anos)                                     |                          |                          |                         |       |          |                 |                               |                   | <b>208.05</b> |

**Tabela 7.15** – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 250 anos.

| Vida Útil à fadiga - 250 anos - Trem Operacional Carregado |                          |                          |                         |       |          |                 |                               |                   |               |
|------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------|----------|-----------------|-------------------------------|-------------------|---------------|
| Seção                                                      | $\sigma_{mín.}$<br>(MPa) | $\sigma_{máx.}$<br>(MPa) | $\Delta\sigma$<br>(MPa) | $n_i$ | $N_i$    | $D = n_i / N_i$ | $V = 1/D$<br>(pares de trens) | Nº trens em 1 ano | V (anos)      |
| 1                                                          | -                        | -                        | -                       | -     | -        | -               | -                             | -                 | -             |
| 2                                                          | 134.24                   | 305.67                   | 171.43                  | 1.000 | 2.41E+06 | 4.153E-07       | 2.41E+06                      | 9490.0            | 253.74        |
| 3                                                          | 129.43                   | 300.66                   | 171.23                  | 1.000 | 2.43E+06 | 4.110E-07       | 2.43E+06                      | 9490.0            | 256.38        |
| 4                                                          | 111.49                   | 281.92                   | 170.43                  | 1.000 | 2.54E+06 | 3.940E-07       | 2.54E+06                      | 9490.0            | 267.44        |
| 5                                                          | 113.51                   | 283.86                   | 170.35                  | 1.000 | 2.55E+06 | 3.923E-07       | 2.55E+06                      | 9490.0            | 268.60        |
| 6                                                          | 118.39                   | 288.81                   | 170.42                  | 1.000 | 2.54E+06 | 3.939E-07       | 2.54E+06                      | 9490.0            | 267.54        |
| Vida útil média (anos)                                     |                          |                          |                         |       |          |                 |                               |                   | <b>262.74</b> |

**Tabela 7.16** – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 300 anos.

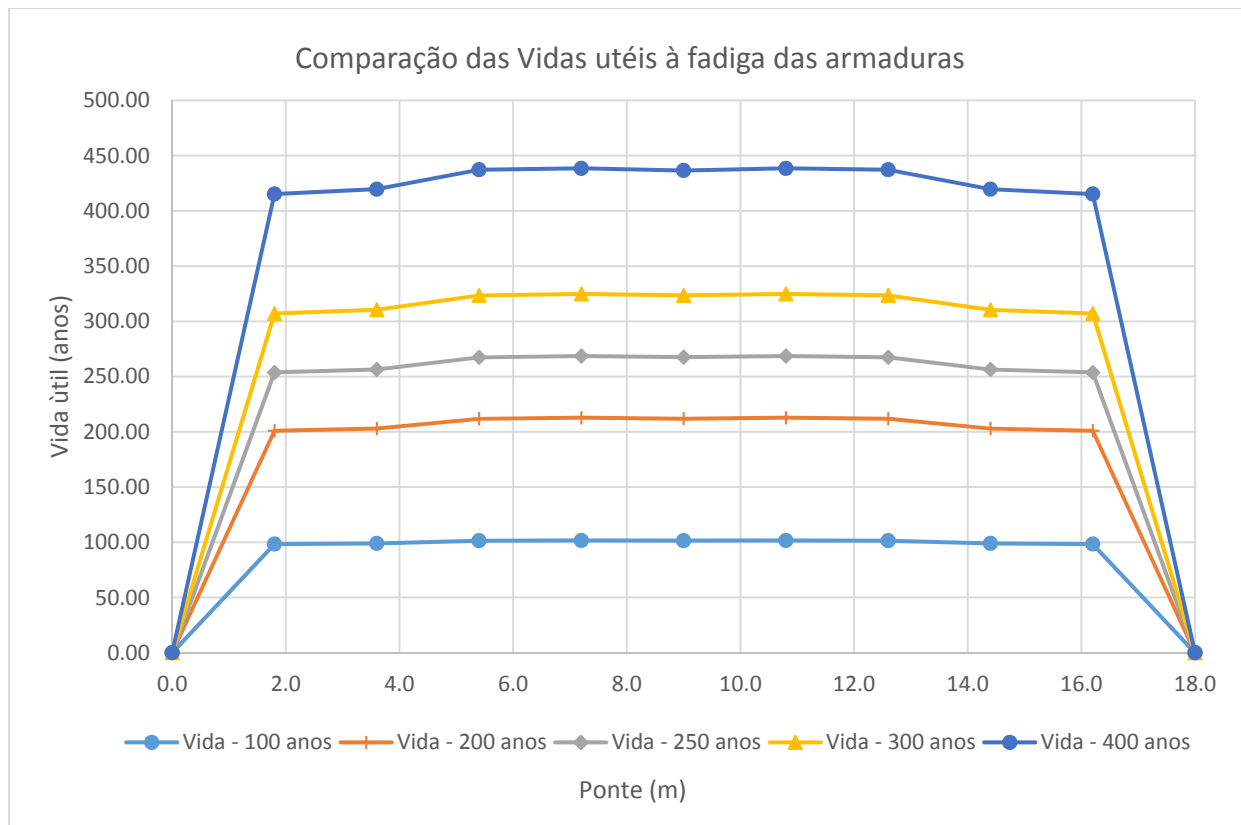
| Vida Útil à fadiga - 300 anos - Trem Operacional Carregado |                          |                          |                         |       |          |               |                               |                   |               |
|------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------|----------|---------------|-------------------------------|-------------------|---------------|
| Seção                                                      | $\sigma_{mín.}$<br>(MPa) | $\sigma_{máx.}$<br>(MPa) | $\Delta\sigma$<br>(MPa) | $n_i$ | $N_i$    | $D = n_i/N_i$ | $V = 1/D$<br>(pares de trens) | Nº trens em 1 ano | V<br>(anos)   |
| 1                                                          | -                        | -                        | -                       | -     | -        | -             | -                             | -                 | -             |
| 2                                                          | 131.43                   | 299.26                   | 167.83                  | 1.000 | 2.91E+06 | 3.432E-07     | 2.91E+06                      | 9490.0            | 307.06        |
| 3                                                          | 126.72                   | 294.35                   | 167.63                  | 1.000 | 2.95E+06 | 3.394E-07     | 2.95E+06                      | 9490.0            | 310.43        |
| 4                                                          | 109.15                   | 276.01                   | 166.86                  | 1.000 | 3.07E+06 | 3.257E-07     | 3.07E+06                      | 9490.0            | 323.50        |
| 5                                                          | 111.13                   | 277.92                   | 166.79                  | 1.000 | 3.08E+06 | 3.245E-07     | 3.08E+06                      | 9490.0            | 324.76        |
| 6                                                          | 115.91                   | 282.77                   | 166.86                  | 1.000 | 3.07E+06 | 3.257E-07     | 3.07E+06                      | 9490.0            | 323.50        |
| Vida útil média (anos)                                     |                          |                          |                         |       |          |               |                               |                   | <b>317.85</b> |

**Tabela 7.17** – Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais à fadiga, referente a 400 anos.

| Vida Útil à fadiga - 400 anos - Trem Operacional Carregado |                          |                          |                         |       |          |               |                               |                   |               |
|------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------|----------|---------------|-------------------------------|-------------------|---------------|
| Seção                                                      | $\sigma_{mín.}$<br>(MPa) | $\sigma_{máx.}$<br>(MPa) | $\Delta\sigma$<br>(MPa) | $n_i$ | $N_i$    | $D = n_i/N_i$ | $V = 1/D$<br>(pares de trens) | Nº trens em 1 ano | V<br>(anos)   |
| 1                                                          | -                        | -                        | -                       | -     | -        | -             | -                             | -                 | -             |
| 2                                                          | 127.11                   | 289.41                   | 162.30                  | 1.000 | 3.94E+06 | 2.538E-07     | 3.94E+06                      | 9490.0            | 415.17        |
| 3                                                          | 122.54                   | 284.65                   | 162.11                  | 1.000 | 3.98E+06 | 2.511E-07     | 3.98E+06                      | 9490.0            | 419.60        |
| 4                                                          | 105.57                   | 266.94                   | 161.37                  | 1.000 | 4.15E+06 | 2.410E-07     | 4.15E+06                      | 9490.0            | 437.20        |
| 5                                                          | 107.48                   | 268.8                    | 161.32                  | 1.000 | 4.16E+06 | 2.403E-07     | 4.16E+06                      | 9490.0            | 438.46        |
| 6                                                          | 112.10                   | 273.5                    | 161.40                  | 1.000 | 4.14E+06 | 2.414E-07     | 4.14E+06                      | 9490.0            | 436.46        |
| Vida útil média (anos)                                     |                          |                          |                         |       |          |               |                               |                   | <b>429.38</b> |

Observa-se nas tabelas 7.13 a 7.17 que os valores das vidas úteis são próximos ao esperado no dimensionamento das armaduras longitudinais.

A figura 7.13 mostra uma comparação feita entre as vidas úteis à fadiga, referente as armaduras longitudinais.



**Figura 7.13** – Comparação das vidas úteis à fadiga, referente as armaduras longitudinais.

### 7.3.6 Síntese da Metodologia Proposta

A metodologia proposta inicia-se a partir do cálculo do número de ciclos operacionais que é função da vida útil à fadiga especificada em projeto, do número de trens carregados que passam pela ponte durante um ano, bem como dos fatores de correção  $FC_t$  e  $FC_{pass}$ . Em seguida, determina-se a variação de tensão limite ( $\Delta\sigma_{lim}$ ) através da curva S-N da NBR-6118 em função do número de ciclos operacionais. Do conhecimento dos valores de momentos máximos e mínimos na seção, calcula-se a armadura à flexão e o valor do coeficiente de fadiga  $Kf_{mod}$ . Se o valor de  $kf_{mod}$  for inferior a unidade, mantem-se a armaduras de projeto, caso contrário corrige-se a armaduras pela equação 6.7. O fluxograma da metodologia proposta está apresentado na figura 7.4.

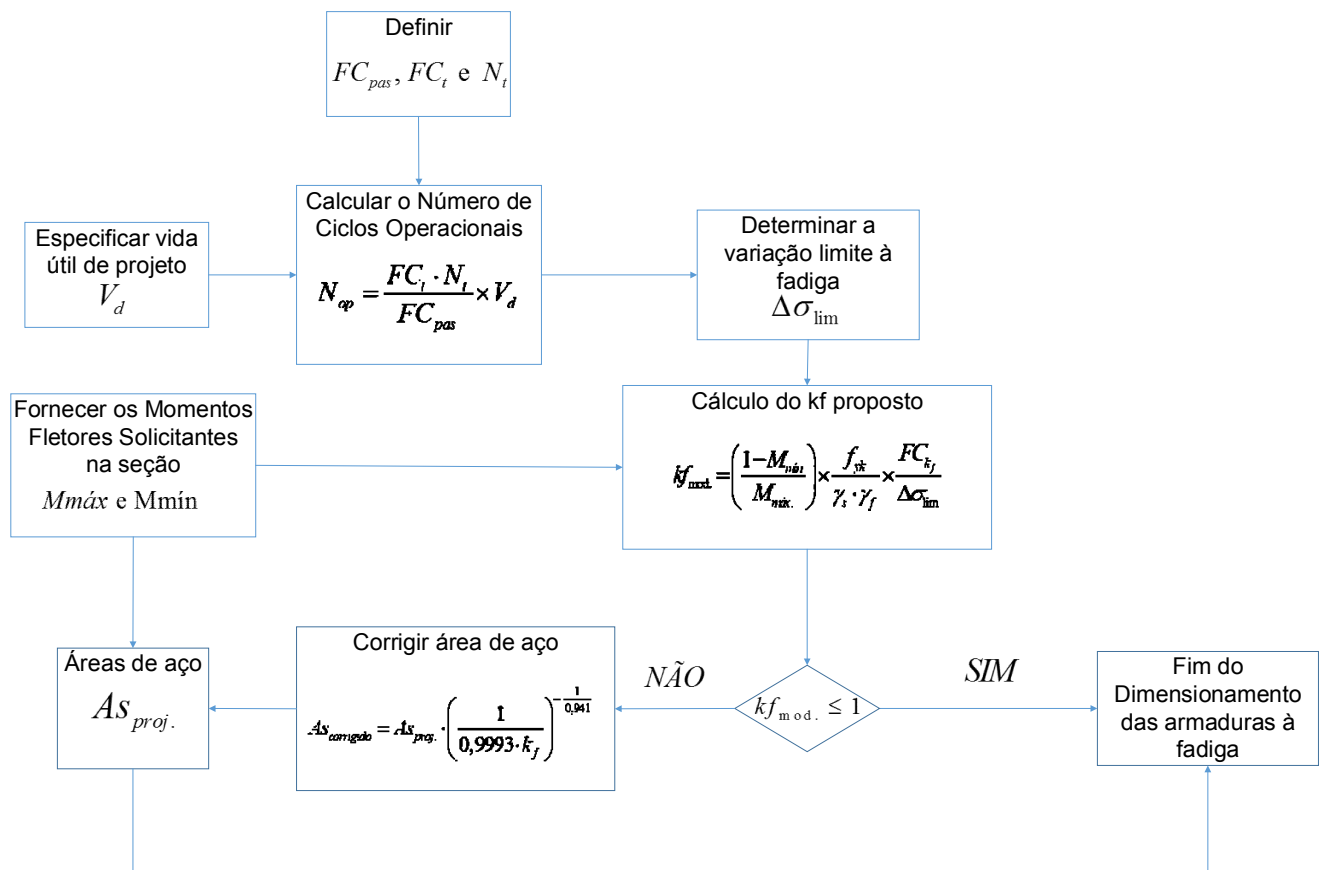


Figura 7.14 – Síntese do dimensionamento das armaduras sujeitas à fadiga.

## 8 CONCLUSÕES

Na seqüência do texto, são apresentadas as principais conclusões alcançadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, a partir da análise dos resultados obtidos.

Para obtenção de resultados mais precisos, as hipóteses utilizadas pelo método simplificado, coeficiente de  $k_f$ , devem ser corrigidas, conforme se demonstrou na metodologia utilizada. Na 1ª hipótese do coeficiente de fadiga, a variação de tensão em função da variação de momento é aproximadamente linear, porém não segue uma proporcionalidade perfeita. Então é recomendado corrigir a variação de tensão por um fator de correção igual a 1,04, de acordo com os resultados obtidos.

Por sua vez, na 2ª hipótese do método simplificado, o decréscimo de tensão não acompanha proporcionalmente o acréscimo de armadura. A relação entre a área de aço e a tensão não é linear, apresentando uma tendência hiperbólica. Em função disso deve-se corrigir a área de aço conforme se demonstrou neste trabalho.

Para a determinação do número de ciclos operacionais (trem carregado na ida e trem descarregado na volta), é necessário aplicar um fator de correção ( $F_{ct}$ ), em função da relação entre os danos totais dos trens Operacional Carregado e Descarregado, que para os trens-tipo considerados neste trabalho foi de 1,3. Além disso, foi verificado que um ciclo de carga, considerando o máximo esforço causado pelo trem, corresponde a um dano de 90% do dano total, provocado pela passagem do trem Operacional Carregado.

A metodologia proposta neste trabalho permitiu o dimensionamento nas armaduras longitudinais à fadiga satisfatoriamente em relação à vida útil especificada no dimensionamento, sendo que as vidas úteis que tiveram maior divergência em relação ao valor estipulado foram a de 300 e 400 anos. Além disso, essa metodologia permitiu a utilização do coeficiente de fadiga  $k_f$  para número de ciclos superiores do proposto pelo EB-3/67 que é de 2.000.000 de ciclos.

A seguir, são relacionadas algumas sugestões para a continuidade e desenvolvimento de trabalhos futuros sobre os temas aqui tratados e outros correlatos.

- Verificar a metodologia proposta para pontes de vãos contínuos;
- Verificar o dano causado para trens-tipo normativos;
- Estudar o coeficiente de fadiga  $k_f$  em armaduras transversais (estribos) para diferentes modelos estruturais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e concreto protendido**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **EB-3: Barras para concreto armado**. Rio de Janeiro, 1967.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1992). **ACI 343R-81 – Considerations for design of concrete structures subjected to fatigue loading**. Detroit, ACI.

AFONSO, D. F. **Verificação à fadiga de pontes metálicas ferroviárias**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre, BR-RS, 2007.

BALÁZS, György (1991). **Fatigue of bond**. ACI Material Journal, n. 88-M64, p. 620-629, Nov-Dec.

BARONI, H. J. M. **Simulação da vida útil de fadiga do concreto em vigas de tabuleiro de pontes em função do fluxo de veículos pesados**. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

BARICHELO, C. V. M.; Costa, F. I. B. da; Moreira, J. L. da R.; Neto, José A. de C.; Pureza, D. Q.; Sampaio, R. A. C.; Rodrigues Junior, S. J.; Veloso, L. A. C. M.. **Desenvolvimento de metodologia para avaliação da integridade estrutural de pontes e viadutos ferroviários ao longo da Estrada de Ferro Carajás**. Relatório Técnico Segunda etapa: Obra de Arte Especial n. 01 – Viaduto sobre a primeira travessia, Núcleo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia - NiCAE, Brasil, 2009.

BRAGUIM, José Roberto (1995). **O comportamento em serviço de vigas de concreto armado sob carregamento cíclico**. São Paulo. 114p. Tese (Doutorado) Escola Politécnica –Universidade de São Paulo.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Lausanne, 1993.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON. **Fatigue of concrete structures**. Lausanne, 1988.

LARANJEIRAS, A. C. R. **Fadiga das estruturas de concreto**. II SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO. São Paulo, 1990.

LEE, Y.-L. **Fatigue Testing and Analysis**. Boston: Elsevier Butterworth - Heinemann, 2001.

MAGGI, P.L.O. **Comportamento de pavimentos de concreto estruturalmente armados sob carregamentos estáticos e repetidos**. Tese de Doutorado, Departamento de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2004.

MALLET, G. P. (1991). **Fatigue of Reinforced Concrete**. Transport and Road Research Laboratory – Department of Transport, London.

MORREIRA, J. L. DA R. **Comparação de Métodos de Contagem de Ciclos “Rainflow” para estudo de fadiga dos materiais.** Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade de Engenharia Mecânica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. Belém-Pa, 2010.

PADILHA, A. F. **Materiais de engenharia:** microestrutura e propriedades. Curitiba, Hemus, 2000, p. 246-247.

SCHÄFLI, Max; BRÜHWILER, Eugen (1998). **Fatigue of existing reinforced concrete bridge deck slabs.** *Engineering Structures*, v. 20, n. 11, p. 991-998.

SURESH, S. (1998). **Fatigue of materials.** 2.ed. Cambridge: Cambridge University Press. 679p.

## ANEXO A

### ROTINA NO MATHCAD PARA DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DE CONCRETO ARMADO

#### Geometria da seção à ser analisada:

| Concreto                                                                                                  | Armaduras                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| x      y                                                                                                  | x      y      d                                                                            |
| $\text{Coordenadas} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2400 \\ 350 & 2400 \\ 350 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ | $\text{Armaduras} := \begin{pmatrix} 175 & 100 & 133.044 \\ 175 & 2350 & 10 \end{pmatrix}$ |
| $h := \max(\text{Coordenadas}^{(2)}) - \min(\text{Coordenadas}^{(2)})$                                    |                                                                                            |

Nota: O vértice das coordenadas deve ser entrado no sentido horário.  
Todas as coordenadas devem ser positivas.  
A seção deve ser fechada.

|                                                 |                                                 |                                                 |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| ORIGIN ≡ 1                                      |                                                 | $X_a := \text{Armaduras}^{(1)} \cdot \text{mm}$ |
| $X := \text{Coordenadas}^{(1)} \cdot \text{mm}$ | $Y := \text{Coordenadas}^{(2)} \cdot \text{mm}$ | $Y_a := \text{Armaduras}^{(2)} \cdot \text{mm}$ |
| $i := 1..(\text{last}(X) - 1)$                  |                                                 |                                                 |

#### **Limites de plotagem:**

|                                                                     |                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| $ypmax := \frac{\max(Y) + \frac{\max(Y) - \min(Y)}{10}}{\text{mm}}$ | $xpmax := \frac{\max(X) + \frac{\max(X) - \min(X)}{10}}{\text{mm}}$ |
| $ypmax = 2.64 \times 10^3$                                          | $xpmax = 385$                                                       |
| $ypmin := \frac{\min(Y) - \frac{\max(Y) - \min(Y)}{10}}{\text{mm}}$ | $xpmin := \frac{\min(X) - \frac{\max(X) - \min(X)}{10}}{\text{mm}}$ |
| $ypmin = -240$                                                      | $xpmax = 385$                                                       |
| $n_f := 101$                                                        | $d_y := \frac{\max(Y) - \min(Y)}{n_f} \cdot \frac{1}{\text{mm}}$    |

```

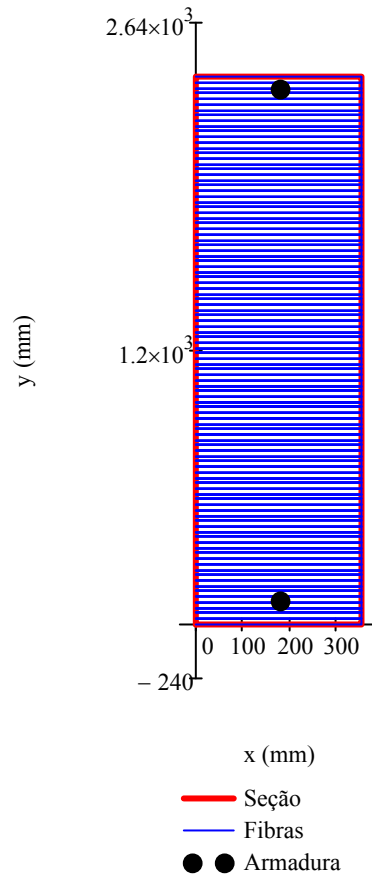
FIBRA := f ← 1
        y ←  $\frac{\min(Y)}{\text{mm}} + \frac{d_y}{2}$ 
        for i ∈ 1..nf
            k ← 1
            for j ∈ 1..rows(Coordenadas) - 1
                xa0 ←  $\frac{X_j}{\text{mm}}$ 
                ya0 ←  $\frac{Y_j}{\text{mm}}$ 
                xa1 ←  $\frac{X_{j+1}}{\text{mm}}$ 
                ya1 ←  $\frac{Y_{j+1}}{\text{mm}}$ 
                xamin ← min(xa1, xa0)
                xamax ← max(xa1, xa0)
                yamin ← min(ya1, ya0)
                yamax ← max(ya1, ya0)
                Dax ← xa1 - xa0
                Day ← ya1 - ya0
                if y ≥ yamin ∧ y ≤ yamax
                    xck ←  $\frac{y - y_{a0}}{D_{ay}} \cdot D_{ax} + x_{a0}$ 
                    k ← k + 1
            nk ← k - 1
            xcio ← sort(xc)
            for k ∈ 1..nk - 1
                xf0f ← xciok
                xf1f ← xciok+1
                ycf ← y
                f ← f + 1
            y ← y + dy
        augment(xf0, xf1, yc)

```

```

XYcol :=
|
|  Xmat ← augment(FIBRA⟨1⟩, FIBRA⟨2⟩, FIBRA⟨2⟩, FIBRA⟨1⟩)
|  Ymat ← augment(FIBRA⟨3⟩ -  $\frac{d_y}{2}$ , FIBRA⟨3⟩ -  $\frac{d_y}{2}$ , FIBRA⟨3⟩ +  $\frac{d_y}{2}$ , FIBRA⟨3⟩ +  $\frac{d_y}{2}$ )
|  for i ∈ 1..rows(FIBRA)
|    for j ∈ 1..4
|      | k ← 4·i - (4 - j)
|      | Xcolk ← Xmati,j
|      | Ycolk ← Ymati,j
|  augment(Xcol, Ycol)

```



### Cálculo das propriedades geométricas

$$A_{\text{sec}} := - \sum_i \frac{(Y_{i+1} - Y_i) \cdot (X_{i+1} + X_i)}{2} \quad \text{área da seção transversal}$$

$$x_{\text{cg}} := - \frac{\sum_i \left[ \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{8} \cdot \left[ (X_{i+1} + X_i)^2 + \frac{(X_{i+1} - X_i)^2}{3} \right] \right]}{A_{\text{sec}}} \quad \begin{array}{l} \text{coordenada do centro de gravidade} \\ \text{da seção transversal} \end{array}$$

$$y_{\text{cg}} := \frac{\sum_i \left[ \frac{(X_{i+1} - X_i)}{8} \cdot \left[ (Y_{i+1} + Y_i)^2 + \frac{(Y_{i+1} - Y_i)^2}{3} \right] \right]}{A_{\text{sec}}} \quad \begin{array}{l} \text{ordenada do centro de gravidade} \\ \text{da seção transversal} \end{array}$$

$$I_{x0} := \sum_i \left[ \frac{[(X_{i+1} - X_i) \cdot (Y_{i+1} + Y_i)]}{24} \cdot [(Y_{i+1} + Y_i)^2 + (Y_{i+1} - Y_i)^2] \right] \quad \begin{array}{l} \text{Momento de inércia em torno de x} \\ \text{em relação à origem} \end{array}$$

$$I_{y0} := - \sum_i \left[ \frac{[(Y_{i+1} - Y_i) \cdot (X_{i+1} + X_i)]}{24} \cdot [(X_{i+1} + X_i)^2 + (X_{i+1} - X_i)^2] \right] \quad \begin{array}{l} \text{Momento de inércia em torno de y} \\ \text{em relação à origem} \end{array}$$

### Teorema dos eixos paralelos

$$I_x := I_{x0} - A_{\text{sec}} \cdot y_{\text{cg}}^2$$

$$I_y := I_{y0} - A_{\text{sec}} \cdot x_{\text{cg}}^2$$

### Cálculo da área das fibras e armaduras

$$A_f := \left| \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..n_f \\ A_{f_j} \leftarrow \left| (FIBRA^{\langle 2 \rangle})_j - (FIBRA^{\langle 1 \rangle})_j \right| \cdot d_y \\ A_f \end{array} \right|$$

$$\underline{\underline{A}} := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..rows(Armaduras) \\ A_k \leftarrow \frac{\pi \cdot [(Armaduras^{\langle 3 \rangle})_k]^2}{4} \\ A \end{array} \right|$$

**Cálculo das deformações nas fibras de concreto e nas armaduras onde a origem dos eixos é o CG da seção**

$$\varepsilon_c(\varepsilon_0, \phi) := \left| \begin{array}{l} y \leftarrow \text{FIBRA}^{(3)} - \frac{y_{cg}}{\text{mm}} \\ \text{for } j \in 1..n_f \\ \quad \varepsilon_{c_j} \leftarrow \varepsilon_0 - \phi \cdot y_j \\ \varepsilon_c \end{array} \right| \quad \varepsilon_a(\varepsilon_0, \phi) := \left| \begin{array}{l} y_a \leftarrow \frac{Y_a}{\text{mm}} - \frac{y_{cg}}{\text{mm}} \\ \text{for } k \in 1..\text{rows}(\text{Armaduras}) \\ \quad \varepsilon_{a_k} \leftarrow \varepsilon_0 - \phi \cdot y_{a_k} \\ \varepsilon_a \end{array} \right|$$

**Cálculo das tensoes nas fibras de concreto e nas armaduras a partir das deformacoes**

$$\text{Tensao\_Modulo\_conc}(\varepsilon_{\text{conc}}, f_{cd}) := \text{for } j \in 1..n_f \left| \begin{array}{l} \varepsilon_j \leftarrow -\varepsilon_{\text{conc}_j} \\ \text{if } \varepsilon_j < 0 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_{c_j} \leftarrow 0 \\ E_{c_j} \leftarrow 0 \end{array} \right| \\ \text{if } \varepsilon_j \geq 0 \wedge \varepsilon_j \leq 0.002 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_{c_j} \leftarrow 0.85 \cdot f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_j}{0.002} \right)^2 \right] \\ E_{c_j} \leftarrow -0.85 \cdot f_{cd} \cdot (500000 \varepsilon_j - 1000) \end{array} \right| \\ \text{if } \varepsilon_j > 0.002 \wedge \varepsilon_j \leq 0.0035 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_{c_j} \leftarrow 0.85 \cdot f_{cd} \\ E_{c_j} \leftarrow 0 \end{array} \right| \\ \text{if } \varepsilon_j > 0.0035 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_{c_j} \leftarrow 0 \\ E_{c_j} \leftarrow 0 \end{array} \right| \\ \text{augment}(-\sigma_c, E_c) \end{array} \right|$$

Tensao\_Modulo\_aço ( $\epsilon_{aço}, E_a, f_{yd}$ ) := for  $k \in 1..rows(Armaduras)$

$$\begin{array}{l} \epsilon_{yd} \leftarrow \frac{f_{yd}}{E_a} \\ \text{if } |\epsilon_{aço_k}| \leq \epsilon_{yd} \\ \quad \left| \begin{array}{l} E_{aço_k} \leftarrow E_a \\ \sigma_{a_k} \leftarrow E_a \cdot \epsilon_{aço_k} \end{array} \right. \\ \text{if } |\epsilon_{aço_k}| > \epsilon_{yd} \wedge |\epsilon_{aço_k}| \leq 0.01 \\ \quad \left| \begin{array}{l} E_{aço_k} \leftarrow 0 \\ \sigma_{a_k} \leftarrow \begin{cases} -f_{yd} & \text{if } \epsilon_{aço_k} < 0 \\ f_{yd} & \text{if } \epsilon_{aço_k} > 0 \end{cases} \end{array} \right. \\ \text{if } |\epsilon_{aço_k}| > 0.01 \\ \quad \left| \begin{array}{l} E_{aço_k} \leftarrow 0 \\ \sigma_{a_k} \leftarrow 0 \end{array} \right. \\ \text{augment}(\sigma_a, E_{aço}) \end{array}$$

**Cálculo das contribuições de esforços solicitantes das fibras de concreto e das armaduras (momentos calculados em relação ao CG da secção)**

$$\begin{array}{l} \text{Esforço\_conc}(\sigma_{\text{conc}}) := \left| \begin{array}{l} y \leftarrow FIBRA^{(3)} - \frac{y_{cg}}{\text{mm}} \\ \text{for } j \in 1..n_f \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_{c_j} \leftarrow A_{f_j} \cdot \sigma_{\text{conc}_j} \\ M_{c_j} \leftarrow -(A_{f_j} \cdot \sigma_{\text{conc}_j} \cdot y_j) \end{array} \right. \\ \text{augment}(N_c, M_c) \end{array} \right. \\ \text{Esforço\_aço}(\sigma_{aço}) := \left| \begin{array}{l} y_a \leftarrow \frac{Y_a}{\text{mm}} - \frac{y_{cg}}{\text{mm}} \\ \text{for } k \in 1..rows(Armaduras) \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_{a_k} \leftarrow A_k \cdot \sigma_{aço_k} \\ M_{a_k} \leftarrow -(A_k \cdot \sigma_{aço_k} \cdot y_{a_k}) \end{array} \right. \\ \text{augment}(N_a, M_a) \end{array} \right. \end{array}$$

### Cálculo dos termos na matriz de rigidez para utilização no algoritmo de Newton-Rapson

$$\begin{aligned}
 CF(A_f, A, E_{\text{conc}}, E_{\text{aço}}) := & \left| \begin{array}{l}
 y \leftarrow \text{FIBRA}^{(3)} - \frac{y_{cg}}{mm} \\
 y_a \leftarrow \frac{Y_a}{mm} - \frac{y_{cg}}{mm} \\
 A_{11} \leftarrow \sum_{j=1}^{n_f} (A_{f_j} \cdot E_{\text{conc}_j}) + \sum_{k=1}^{\text{rows}(\text{Armaduras})} (A_k \cdot E_{\text{aço}_k}) \\
 A_{12} \leftarrow \left[ \sum_{j=1}^{n_f} (A_{f_j} \cdot E_{\text{conc}_j} \cdot y_j) + \sum_{k=1}^{\text{rows}(\text{Armaduras})} (A_k \cdot E_{\text{aço}_k} \cdot y_{a_k}) \right] \\
 A_{21} \leftarrow \left[ \sum_{j=1}^{n_f} (A_{f_j} \cdot E_{\text{conc}_j} \cdot y_j) + \sum_{k=1}^{\text{rows}(\text{Armaduras})} (A_k \cdot E_{\text{aço}_k} \cdot y_{a_k}) \right] \\
 A_{22} \leftarrow \left[ \sum_{j=1}^{n_f} [A_{f_j} \cdot E_{\text{conc}_j} \cdot (y_j)^2] + \sum_{k=1}^{\text{rows}(\text{Armaduras})} [A_k \cdot E_{\text{aço}_k} \cdot (y_{a_k})^2] \right] \\
 \text{augment}(A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22})
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

**Algoritmo que calcula a deformação e a curvatura do eixo que passa no CG da seção em função dos esforços solicitantes**

```

DEF(NS, MS) :=
  i ← 1
  Ea ← 210000
  fyd ←  $\frac{500}{1.15}$ 
  fcd ←  $\frac{18}{1.4}$ 
  PAR1,1 ← 0
  PAR1,2 ← 0
  PAR1,3 ← 1
  VALOR ← PAR1,3
  while VALOR ≥ 10-6
    ε0 ← PAR1,1
    ϕ ← PAR1,2
    εconc ← εc(ε0, ϕ)
    εaço ← εa(ε0, ϕ)
    Econc ← Tensao_Modulo_conc (εconc, fcd)(2)
    Eaço ← Tensao_Modulo_aço (εaço, Ea, fyd)(2)
    σconc ← Tensao_Modulo_conc (εconc, fcd)(1)
    σaço ← Tensao_Modulo_aço (εaço, Ea, fyd)(1)
    Nconc ← Esforço_conc (σconc)(1)
    Mconc ← Esforço_conc (σconc)(2)
    Naço ← Esforço_aço (σaço)(1)
    Maço ← Esforço_aço (σaço)(2)
    NR ←  $\left( \sum_{j=1}^{n_f} N_{conc_j} + \sum_{k=1}^{rows(Armaduras)} N_{aço_k} \right)$ 
    MR ←  $\left( \sum_{j=1}^{n_f} M_{conc_j} + \sum_{k=1}^{rows(Armaduras)} M_{aço_k} \right)$ 
    fN ← NR - NS
    fM ← MR - MS
    A11 ← CF(Af, A, Econc, Eaço)(1)
    A12 ← CF(Af, A, Econc, Eaço)(2)
    A21 ← CF(Af, A, Econc, Eaço)(3)
    A22 ← CF(Af, A, Econc, Eaço)(4)
    Line1 ← augment(A11, A12)
    Line2 ← augment(A21, A22)
    MAT ← stack(Line1, Line2)
    VECf ← stack(-fN, -fM)
    Δ ← [(MAT-1) · VECf]
    PARi+1,1 ← PAR1,1 + Δ1
    PARi+1,2 ← PAR1,2 + Δ2
    PARi+1,3 ←  $\sqrt{(f_N)^2 + (f_M)^2}$ 
    i ← i + 1
    VALOR ← PARi,3
  break if i ≥ 100
  augment[(PAR(1))i, (PAR(2))i, (PAR(3))i]

```

**Esforços solicitantes permanentes**  
(valores em N e mm)

**Carrega o histórico de esforços solicitantes devido a**  
**passagem do trem (kN e m)**

$$M_g := 834.06 \cdot 10^6$$

$$\text{Hist} := (0 \quad 7200 \quad 0)$$

$$N_g := 0$$

**Calcula a deformação e a curvatura devido aos esforços permanentes**

$$\varepsilon_g := \left| \text{DEF}(N_g, M_g)^{\langle 1 \rangle} \right|$$

$$\phi_g := \left| \text{DEF}(N_g, M_g)^{\langle 2 \rangle} \right|$$

**Calcula a deformação em regiões especificadas da seção devido a passagem do trem**

$$\text{ESF} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \\ \quad M_i \leftarrow (\text{Hist}^{\langle 2 \rangle})_i \cdot 10^6 \\ \quad N_i \leftarrow (\text{Hist}^{\langle 3 \rangle})_i \cdot 1000 \\ \quad M_S \leftarrow M_i + M_g \\ \quad N_S \leftarrow N_i + N_g \\ \quad \varepsilon_i \leftarrow \left| \text{DEF}(N_S, M_S)^{\langle 1 \rangle} \right| \\ \quad \phi_i \leftarrow \left| \text{DEF}(N_S, M_S)^{\langle 2 \rangle} \right| \\ \quad \varepsilon_{\text{Base}_i} \leftarrow (\varepsilon_i) - (\phi_i) \cdot \left[ (\text{Coordenadas}^{\langle 2 \rangle})_1 - \frac{y_{cg}}{\text{mm}} \right] \\ \quad \varepsilon_{\text{Topo}_i} \leftarrow (\varepsilon_i) - (\phi_i) \cdot \left[ (\text{Coordenadas}^{\langle 2 \rangle})_3 - \frac{y_{cg}}{\text{mm}} \right] \\ \quad \text{augment}(\varepsilon_{\text{Base}}, \varepsilon_{\text{Topo}}) \end{array} \right|$$

$$\text{ESF} = \left( 1.884 \times 10^{-3} \quad -3.479 \times 10^{-3} \right)$$

$$\varepsilon_{\text{Base}} := \left| \text{ESF}^{\langle 1 \rangle} \right| \quad \varepsilon_{\text{Topo}} := \left| \text{ESF}^{\langle 2 \rangle} \right|$$

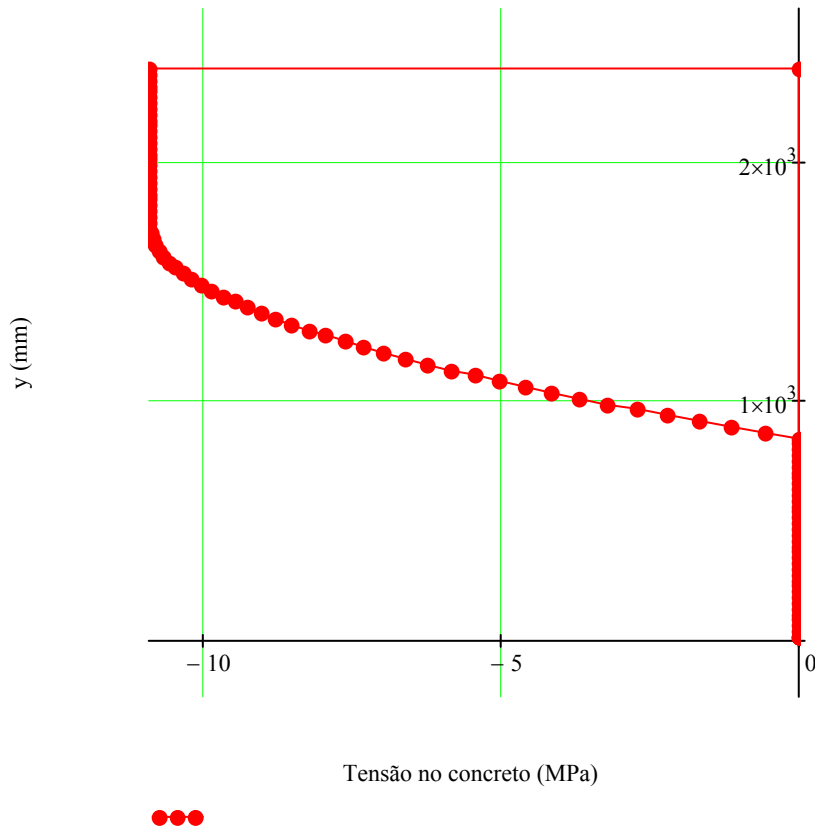
```

PlotaTensaoDeforçaoConcreto ( $\epsilon_{\text{Topo}}, \epsilon_{\text{Base}}$ ) :=
|  $f_{\text{cd}} \leftarrow \frac{18}{1.4}$ 
|  $\phi \leftarrow \frac{\epsilon_{\text{Base}} - \epsilon_{\text{Topo}}}{h}$ 
|  $\epsilon_0 \leftarrow \epsilon_{\text{Topo}} - \left( \frac{h - \frac{y_{\text{cg}}}{\text{mm}}}{h} \right) \cdot (\epsilon_{\text{Topo}} - \epsilon_{\text{Base}})$ 
|  $\epsilon_{\text{conc}} \leftarrow \epsilon_{\text{c}}(\epsilon_0, \phi)$ 
|  $\sigma_{\text{conc}} \leftarrow \text{Tensao\_Modulo\_conc}(\epsilon_{\text{conc}}, f_{\text{cd}})^{\langle 1 \rangle}$ 
|  $Y_{\text{conc}} \leftarrow \text{stack} \left[ \left( \text{FIBRA}^{\langle 3 \rangle} \right)_1, \text{FIBRA}^{\langle 3 \rangle}, \left( \text{FIBRA}^{\langle 3 \rangle} \right)_{\text{last}(\text{FIBRA}^{\langle 3 \rangle})}, \left( \text{FIBRA}^{\langle 3 \rangle} \right)_1 \right]$ 
|  $X_{\text{conc}} \leftarrow \text{stack}(0, \sigma_{\text{conc}}, 0, 0)$ 
|  $\text{augment}(X_{\text{conc}}, Y_{\text{conc}})$ 

```

$x := \text{PlotaTensaoDeforçaoConcreto}(\epsilon_{\text{Topo}}, \epsilon_{\text{Base}})^{\langle 1 \rangle}$

$y := \text{PlotaTensaoDeforçaoConcreto}(\epsilon_{\text{Topo}}, \epsilon_{\text{Base}})^{\langle 2 \rangle}$



```

PlotaTensaoDeforacaoAço (ε_Topo, ε_Base) :=
| E_a ← 210000
| f_yd ←  $\frac{500}{1.15}$ 
| φ ←  $\frac{\epsilon_{Base} - \epsilon_{Topo}}{h}$ 
| ε_0 ← ε_Topo -  $\left( \frac{h - \frac{y_{cg}}{mm}}{h} \right) \cdot (\epsilon_{Topo} - \epsilon_{Base})$ 
| ε_aço ← ε_a(ε_0, φ)
| σ_aço ← Tensao_Modulo_aço (ε_aço, E_a, f_yd) <1>
| X_aço ← stack(0, σ_aço, 0)
| Y_aço ← stack  $\left[ \frac{(Y_a)_1}{mm}, \frac{(Y_a)}{mm}, \frac{(Y_a)_{last}(Y_a)}{mm} \right]$ 
| augment(X_aço, Y_aço)

```

```

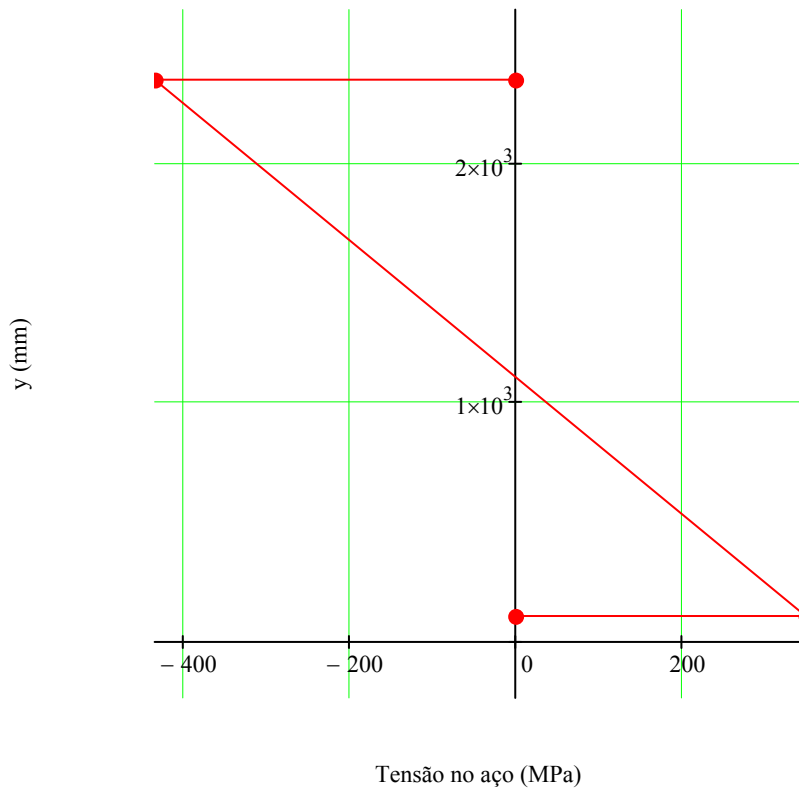
xa := PlotaTensaoDeforacaoAço (ε_Topo, ε_Base) <1>

```

```

ya := PlotaTensaoDeforacaoAço (ε_Topo, ε_Base) <2>

```



●●●